

UNIVERSITÉ BLAISE PASCAL
(U.F.R. de Recherche Scientifique et Technique)

ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES FONDAMENTALES
N° 256

THÈSE

Présentée pour obtenir le grade de

DOCTEUR D'UNIVERSITÉ
Spécialité : **Physique de l'Atmosphère**

par

Bruno COMBAL
Diplômé d'Études Approfondies

Contribution à l'analyse du problème inverse.
Estimation des caractéristiques du couvert végétal à partir de mesures de télédétection.

Soutenue publiquement le 16 décembre 1999, devant la commission d'examen :

CHAUMERLIAC Nadine,	Université Blaise Pascal,	examineur
DEDIEU Gérard,	CNES,	examineur
ISAKA Harumi,	Université Blaise Pascal,	directeur
JEANSOULIN Robert,	Université de Provence,	rapporteur
TOUZANI Rachid,	Université Blaise Pascal,	président
VERSTRAETE Michel,	Centre Commun de Recherche,	rapporteur

Remerciements

Le professeur H. Isaka m'a accueilli dans son laboratoire et a dirigé mon travail de thèse. Je souhaite le remercier pour le climat de travail propice à la réflexion qu'il a instauré tout au long de cette thèse, ainsi que pour l'ensemble des moyens qu'il a mis à ma disposition.

Messieurs M. Verstraete et R. Jeansoulin ont accepté de rapporter sur mon manuscrit de thèse. Madame N. Chaumerliac et messieurs G. Dedieu et R. Touzani ont accepté d'être examinateurs de mon travail. Je souhaite les remercier d'avoir accepté de participer à ce jury de thèse, malgré des emplois du temps chargés.

Au long de ce travail de thèse, j'ai eu la chance, et le plaisir, de bénéficier des conseils de chercheurs plus expérimentés. Au début de ce travail, les conseils de P. Chervet m'ont été précieux pour l'élaboration de mon modèle de transfert radiatif. C'est aussi en début de thèse que j'ai rencontré A. Fouilloux qui m'a beaucoup appris, à la fois par sa culture scientifique et par son dynamisme. C'est elle qui a programmé l'algorithme de Adachi. Je tiens à remercier particulièrement ces deux "anciens" du LaMP.

J'ai aussi eu le plaisir de travailler avec plusieurs chercheurs étrangers.

S. Ochshepkov et A. Sinyuk m'ont fait profiter de leur savoir relatif à la théorie de l'information et au problème inverse. C'est grâce à eux que j'ai pu débiter l'analyse d'un formalisme de l'information adapté au problème inverse. Je souhaite les remercier pour les conversations fructueuses que nous avons partagés, et pour le temps qu'ils ont bien voulu me consacrer.

J'ai eu l'occasion de rencontrer C. Trotter à deux reprises aux cours de ma thèse. La confrontation des mesures, effectuées à l'aide de son système expérimental, avec les simulations de mon modèle "VVM" ont permis de confirmer les résultats de ce modèle. Je tiens à le remercier pour toute son aide, ses conseils, et pour m'avoir choisi comme co-investigateur du projet ADEOS II/GLI qui, je l'espère, me permettra de concrétiser les travaux de cette thèse.

Ce travail de thèse a été accompagné au quotidien des conseils, remarques et "coups de mains" de nombreuses personnes. Je ne peux pas citer l'ensemble de ces personnes, la liste serait trop longue. Cependant, je tiens à remercier en particulier B. Guillemet qui a patiemment corrigé mon manuscrit et R. Pejoux qui a bien souvent réglé des problèmes informatiques et algorithmiques.

2

Je ne peux pas non plus donner la liste exhaustive des étudiants qui ont fait partie de mon univers, et de leurs qualités respectives : ces deux listes seraient trop longues. Je tiens cependant à saluer T. Faure et F. Szczap avec qui j'ai partagé plusieurs épreuves, ainsi que les nuits et week end "d'urgences". S. Meloni, V. Schwaab et R. Borde, m'ont fait profiter de leur culture et de leurs expériences "d'anciens".

En étant aussi bien entouré, la thèse ne pouvait donc pas être une véritable difficulté ! Je tiens à remercier Céline qui m'a épaulé pour tout le reste.

Table des matières

Table des matières	3
Liste des annexes	7
Table des figures	9
Liste des tableaux	13
Liste des notations	15
Avertissement	17
Introduction	18

I Définition et méthodes de résolution du problème inverse **23**

1 Description et modélisation du transfert radiatif dans le couvert végétal	25
1.1 Du soleil au radiomètre	25
1.1.1 Diffusion et absorption du rayonnement dans l'atmosphère	26
1.1.2 Processus d'interaction entre le rayonnement lumineux et les constituants du couvert	27
Interaction avec une seule feuille	27
Interaction du rayonnement avec un volume de feuilles	30
1.1.3 Réflexion et absorption du rayonnement par le sol	32
1.2 Modélisation du rayonnement réfléchi par le couvert végétal	33
1.2.1 Choix des paramètres pour le modèle de transfert radiatif	34
1.2.2 Modélisation du transfert radiatif dans le couvert végétal	36
1.2.3 Exemples numériques de BRF	39
1.3 Écarts entre les mesures et le modèle	42
1.3.1 Détermination <i>in situ</i> des propriétés de la végétation et du sol	42
1.3.2 Erreurs de mesure du rayonnement réfléchi	44
Erreurs de mesures aléatoires et systématiques dues aux conditions d'observations	44
Perturbations du signal réfléchi par la surface terrestre	46

1.3.3	Inadéquations entre les mesures et le modèle	49
1.4	Conclusion	52
2	Formalisation de l'inversion. Contenu en information	53
2.1	Résolution formelle du problème inverse	53
2.1.1	Définition statistique du problème inverse	54
2.1.2	Estimation des paramètres	57
2.2	Algorithme de résolution du problème inverse dans l_2	61
2.2.1	Approche générale	61
2.2.2	Facteurs limitant l'estimation	63
2.2.3	Améliorations de l'algorithme d'estimation	64
	Stabilité de l'inverse de la matrice hessienne	64
	Ajout d'informations <i>a priori</i>	65
	Minimisation d'une fonction coût à l'aide d'un algorithme général de minimisation	65
2.3	Définition du contenu en information	67
2.3.1	Définition de l'information au sens de Fisher	68
2.3.2	Interprétation du contenu en information	70
2.4	Principe de la détermination d'un échantillonnage optimal des données	73
2.5	Discussion	74
 II Analyses numériques du problème inverse et cor- rection de la modélisation		 77
3	Analyse du problème inverse	79
3.1	Inversion et estimation d'erreurs	79
3.1.1	Restitution du LAI par la méthode des moindres carrés	80
	Influence de la valeur initiale	80
	Effets de la restitution du LAI sur d'autres paramètres	83
3.2	Estimation du contenu en information	84
3.2.1	Étude de la sensibilité du modèle aux paramètres	86
	Sensibilité des BRF aux paramètres optiques du couvert	87
	Sensibilité des BRF aux paramètres architecturaux du couvert	89
	Comparaison des sensibilités dans le plan principal	93
3.2.2	Corrélations des sensibilités	96
3.3	Incertitude sur les paramètres estimés	103
3.4	Résolution numérique du problème inverse	104
3.4.1	Matrice mal conditionnée	104
3.4.2	Apport d'informations <i>a priori</i>	104
3.5	Optimisation de l'échantillonnage des mesures	110
3.6	Conclusion	114

4	Correction de la topographie (texte d'article en anglais)	117
4.1	Introduction	118
4.2	Transfert de rayonnement dans un couvert végétal poussant sur un terrain incliné	119
4.2.1	Équation du transfert radiatif	119
4.2.2	Propriétés optiques de la canopée inclinée	122
	Distribution de l'inclinaison des feuilles	122
	Propriétés optiques du milieu turbide	122
	Correction du <i>hot spot</i>	123
4.3	Évaluation de l'effet de l'orientation du couvert	124
4.3.1	Conditions des simulations	124
4.3.2	Impact de l'orientation du couvert sur l'albédo et les BRF	125
	L'albédo	126
	Les BRF	130
	Estimation globale de l'effet de l'orientation du couvert	134
	Comparaison avec des données mesurées	136
4.4	Conclusions	137
5	Évaluation de l'adéquation entre les mesures et le modèle	141
5.1	Rayonnement réfléchi par une topographie	141
5.2	Principe de l'estimation de l'inadéquation mesures/modèle	142
5.3	Analyse de l'inadéquation mesures/modèle	143
5.4	Conclusion	151
	Conclusion	153

Liste des annexes

A	Inférence statistique bayésienne	159
B	Résolution de l'équation du transfert radiatif	161
B.1	Géométrie du problème	161
B.2	Intensités I^0 non diffusées par le couvert	162
B.3	Intensités I^1 de la diffusion simple	162
B.4	Intensités I^M de la diffusion multiple	163
B.5	Précision des calculs	164
C	Méthode heuristique de sélection des entrées les plus sensibles	167

Table des figures

1.1	Diffusion et absorption du rayonnement lumineux dans le système formé de l'atmosphère et de la couche de végétation.	26
1.2	Réflectances de différents végétaux en fonction de la longueur d'onde	28
1.3	Diagramme illustrant les processus d'interaction du rayonnement lumineux avec la structure cellulaire d'une feuille.	29
1.4	Diagrammes de réflectances et transmittance de feuilles	31
1.5	Réflectances de sols en fonction de la longueur d'onde	33
1.6	Estimation des flux d'eau, de la production primaire et du rendement à partir de données de télédétection spatiale	34
1.7	Exemples de BRF pour le rouge	40
1.8	Exemples de BRF pour le proche infrarouge	41
1.9	Exemples de mesures des facteurs de réflectance bi-directionnelle pour un couvert de sapin du Canada (sapin-ciguë)	46
1.10	BRDF mesurées dans le plan solaire par POLDER	47
2.1	Principe du problème inverse	54
2.2	Densité de probabilité des paramètres de modèles linéaire et quasi linéaire.	58
2.3	Densité de probabilité des paramètres de modèles de non linéarité croissante.	58
2.4	Représentation des facteurs de réflectance bidirectionnelle pour 10 angles dans le plan solaire en fonction du LAI du couvert.	59
2.5	Représentation des facteurs de réflectance bidirectionnelle pour 4 angles dans le plan solaire en fonction de l'orientation des feuilles.	60
2.6	Exemple d'algorithme de traitement des contraintes	66
2.7	Interprétation du contenu en information : représentation graphique d'un modèle simple.	71
3.1	BRF simulée et bruitée	80
3.2	Restitution du LAI dans le visible.	82
3.3	Vitesse de convergence de l'inversion pour deux valeurs différentes de LAI	83
3.4	Convergence des paramètres au cours de la restitution, LAI=0.2	84
3.5	Convergence des paramètres au cours de la restitution, LAI=3	85
3.6	Sensibilités des BRF aux paramètres optiques du modèle	88

3.7	Sensibilités des BRF aux paramètres architecturaux du modèle . . .	89
3.8	Variation de la sensibilité des BRF au LAI en fonction de l'orientation des feuilles	90
3.9	Sensibilité à l'orientation des feuilles, dans le plan principal . . .	92
3.10	Profil des sensibilités des BRF aux paramètres de la végétation, pour une longueur d'onde visible	93
3.11	Profil des sensibilités des BRF aux paramètres de la végétation, pour une longueur d'onde du proche infrarouge	94
3.12	Corrélation des sensibilités des BRF, pour un échantillonnage directionnel dans les directions de diffusion avant, pour le rouge et le proche infrarouge	98
3.13	Corrélation des sensibilités des BRF, pour un échantillonnage directionnel dans les directions de diffusion arrière, pour le rouge et le proche infrarouge.	99
3.14	Corrélation des sensibilités des BRF, pour un échantillonnage directionnel autour du Nadir, pour le rouge et le proche infrarouge.	100
3.15	Corrélation des sensibilités des BRF, pour un échantillonnage directionnel régulièrement réparti dans le plan principal, pour le rouge et le proche infrarouge.	101
3.16	Corrélation des sensibilités des BRF, pour un échantillonnage directionnel correspondant aux angles du satellite MISR, et une longueur d'onde visible.	102
3.17	Amplification des erreurs de mesures pour les paramètres estimés, pour différentes configurations de satellites. Cas d'un angle zénithal solaire de 32°.	105
3.18	Amplification des erreurs de mesures pour les paramètres estimés, pour différentes configurations de satellites. Cas d'un angle zénithal solaire de 60°.	105
3.19	Amplification des erreurs de mesures pour les paramètres estimés, pour différentes configurations de satellites. Cas d'un angle zénithal solaire de 32°.	106
3.20	Amplification des erreurs de mesures pour les paramètres estimés, pour différentes configurations de satellites. Cas d'un angle zénithal solaire de 60°.	106
3.21	Restitution de la réflectance des feuilles sans et avec informations <i>a priori</i>	109
3.22	Sélection des directions d'observation les plus sensibles aux paramètres de la végétation par une méthode heuristique	113
3.23	Amplification de l'erreur expérimentale, pour la configuration d'échantillonnage choisie avec la méthode de Adachi	114
4.1	Deux niveaux de correction de la topographie : modification de la pente et prise en compte de la verticalité de la végétation. . .	119
4.2	Système géométrique du modèle VVM permettant de prendre en compte la pente du sol.	120
4.3	Albédos calculés avec PGVM et VVM, en fonction de la pente du sol, dans le visible.	126

4.4	Impact de la prise en compte de la verticalité du couvert végétal sur l'albédo, dans le visible.	128
4.5	Impact de la prise en compte de la verticalité du couvert végétal sur l'albédo, dans le proche infrarouge, sans <i>hot spot</i>	129
4.6	Impact de la prise en compte de la verticalité du couvert végétal sur les facteurs de réflectance bi-directionnelle. Contribution du <i>hot spot</i>	131
4.7	Impact de la végétation sur les facteurs de réflectance bidirectionnelle, pour une pente de 20° vers le soleil, et un couvert fin.	132
4.8	Impact de la végétation sur les facteurs de réflectance bidirectionnelle, pour une pente de 20° dans la direction opposée à l'incidence solaire, et un couvert fin.	133
4.9	Importance du rôle de la végétation sur le rayonnement réfléchi, en fonction du type d'orientation des feuilles et de l'épaisseur du couvert, avec et sans hot spot.	135
4.10	Rapports calculés entre le rayonnement réfléchi par un couvert en pente et celui réfléchi par un couvert végétal horizontal.	137
5.1	Configuration d'échantillonnage angulaire des satellites	142
5.2	Matrice d'inadéquation mesures/modèle, dans le cas où le modèle néglige la topographie. Pentes et mesures dans le plan principal, $\theta_0 = 32^\circ$	144
5.3	Inadéquation mesure/modèle, dans le cas où la pente est négligée. Mesures pour le visible, pentes et mesures dans le plan principal, $\theta_0 = 32^\circ$	145
5.4	Inadéquation mesure/modèle, dans le cas où la pente est négligée. Mesures pour le visible, plan perpendiculaire au plan principal.	146
5.5	Inadéquation mesure/modèle, dans le cas où la pente est négligée. Mesures pour le proche infrarouge, plan principal.	147
5.6	Inadéquation mesure/modèle, dans le cas où la pente est négligée. Mesures pour le proche infrarouge, plan perpendiculaire au plan principal.	148
5.7	Incertitude relative des paramètres estimés avec MISR, en tenant compte de l'erreur de mesure et en l'absence de représentation de la topographie	150
B.1	Système de coordonnées géométrique du modèle de transfert radiatif unidimensionnel à deux angles.	161
B.2	Évaluation de la précision du calcul des BRF, à l'aide de la méthode des ordonnées discrètes	165

Liste des tableaux

1.1	Valeurs typiques de la réflectance du sol, et de la réflectance et transmittance des feuilles.	39
1.2	Caractéristiques de quelques radiomètres	45
1.3	Exemple des niveaux de traitement de données satellitales	49
2.1	Interprétation du contenu en information : valeurs des points de mesure	72
3.1	Valeurs des paramètres pour créer une base de données de BRF, et valeur initiale des paramètres pour la restitution du LAI.	81
3.2	Configurations tests de satellites	97
3.3	Nombre de conditionnement pour différentes conditions d'observations (longueurs d'ondes, angles solaires, angles de visées)	107
3.4	Nombres de conditionnement de la matrice $\mathbf{U}^T \mathbf{U}$, avec prise en compte des erreurs de mesures et des informations <i>a priori</i>	111
4.1	Propriétés optiques des feuilles et du sol	125
4.2	Conditions communes à toutes les simulations	125
4.3	Comparaison des rapports de réflectances bidirectionnelles (pente de 45°/horizontale) entre un couvert en pente et un couvert horizontal, pour les modèles VVM et PGVM.	138

Liste des notations

Liste par ordre alphabétique grec et latin des principales notations utilisées dans cette thèse et numéros des pages de référence.

$\alpha(m_i, m_j)$	coefficient de corrélation entre les dérivées $\partial \ln R(\underline{\Omega}_V)/\partial \ln m_i$ et $\partial \ln R(\underline{\Omega}_V)/\partial \ln m_j$ pour un échantillonnage directionnel donné.	p. 86.
Δ	incertitude des paramètres estimés \mathbf{m}	p. 54.
ϵ	paramètre décrivant la largeur de la distribution de l'inclinaison des feuilles autour de θ_m (distribution de Kuusk)	p. 37, 38.
ε_{D_i}	incertitude sur la mesure $\{\mathbf{D}^{obs}\}_i$	p. 59, 61.
ε_{m_i}	incertitude sur l'estimation <i>a priori</i> $\{\mathbf{m}^*\}_i$	p. 59, 61.
ζ_n	angle zénithal dans le repère S_1	p. 120.
η_n	angle azimutal dans le repère S_1	p. 120.
θ	angle zénithal, rad	p. 36.
θ_0	angle zénithal solaire, rad	p. 36, 79.
θ_V	angle zénithal d'observation, rad	p. 39.
θ_M	inclinaison principale des feuilles (distribution de Kuusk de l'inclinaison des feuilles), rad	p. 38.
λ	longueur d'onde (m^{-1})	p. 32, 54.
μ	cosinus directeur, $\mu = \cos \theta$	p. 36.
Ξ	incertitude de l'ajustement du modèle $g(\mathbf{m})$ sur les données \mathbf{D}^{obs}	p. 55.
$\sigma_\infty(\mathbf{m})$	densité de probabilité <i>a posteriori</i> des estimations \mathbf{m}	p. 56.
ϕ	angle azimutal	p. 36.
ϕ_0	angle azimutal solaire	p. 36, 79.
ϕ_V	angle azimutal d'observation	p. 39.
$\Psi(\underline{\Omega}_V, m_i)$	sensibilité définie par $(\partial \ln R(\underline{\Omega}_V)/\partial \ln m_i)^2$	p. 86.
$\underline{\Omega}(\theta, \phi)$	vecteur direction	p. 36.
$\underline{\Omega}_0(\theta_0, \phi_0)$	direction du rayonnement solaire	p. 36, 79, 54.
$\underline{\Omega}_V(\theta_V, \phi_V)$	direction d'observation	p. 39, 54.
$\underline{\Omega}_N(\zeta_N, \eta_N)$	vecteur normal à la pente	p. 120.
C	matrice de covariance des estimations \mathbf{m}^*	p. 56.
$\text{cond}(\mathbf{A})$	nombre de conditionnement de la matrice \mathbf{A}	p. 64.
\mathbf{D}^{obs}	vecteur de l'échantillon de mesures (chaque composante correspond à une mesure)	p. 54.
g	modèle direct du rayonnement mesuré	p. 53.

\mathbf{g}	vecteur de simulations du modèle g (chaque composante simule une mesure)	p. 54.
$g_L(\underline{\Omega})$	fonction de distribution des normales aux feuilles	p. 36.
I	luminance énergétique, $W m^{-2} sr^{-1}$	p. 36.
\mathbf{I}	matrice identité	p. 86, 150.
L	indice de surface foliaire (<i>Leaf Area Index</i> , LAI), $m^2 m^{-2}$	p. 36, 38.
L_{init}	valeur initiale du LAI pour la restitution des paramètres \mathbf{m}	p. 80.
\mathbf{m}	vecteur de paramètres du modèle de transfert radiatif g	p. 53.
$\hat{\mathbf{m}}$	paramètres du milieu végétal	p. 54.
\mathbf{m}^*	estimation <i>a priori</i> des paramètres	p. 79.
n_{mes}	nombre de mesures dans l'échantillon \mathbf{D}^{obs}	p. 54.
n_{par}	nombre de paramètres du modèle g	p. 61.
$R(\underline{\Omega})$	facteur de réflectance bi-directionnelle du couvert végétal	p. 39.
r_f	identique à r_{sf}	p. 38.
r_L	réflectance d'une feuille bi-lambertienne	p. 38.
R_S	albédo du sol lambertien	p. 38.
r_{sf}	paramètre de hot spot, rayon de l'espace interfoliaire, m	p. 38.
S	fonction à minimiser pour résoudre le problème inverse	p. 61.
S_1	repère géométrique orthonormé, de vecteurs unitaires (\underline{u} , \underline{v} , \underline{w}), \underline{u} et \underline{v} horizontaux et \underline{w} vertical.	p. 120.
S_2	repère géométrique orthonormé lié à un plan incliné	p. 120.
t_L	transmittance d'une feuille bi-lambertienne	p. 38.
\mathbf{U}	matrice des dérivées de $g(\mathbf{m})$ pour chaque directions de visée $\underline{\Omega}_V$	p. 62.
\mathbf{W}	matrice d'erreurs (matrice de covariance) des mesures et d'inadéquations entre mesures et modèle	p. 56.
\mathbf{W}_p	matrice de l'inadéquation (matrice de covariance) entre les mesures du rayonnement réfléchi par une topographie, et les simulations d'un modèle qui néglige la topographie	p. 143.
z_t	épaisseur totale du couvert, m	p. 161, 121.

Avertissement

Ce travail de thèse s'intéresse au problème de la restitution des caractéristiques d'un milieu naturel à l'aide de mesures de télédétection. La résolution de ce problème nécessite de modéliser les phénomènes physiques (diffusion du rayonnement lumineux par le milieu naturel, chapitre 1), ainsi que de mettre en œuvre des outils mathématiques et statistiques (problème inverse, chapitre 2), afin de pouvoir restituer des propriétés naturelles caractéristiques (dans le cas présent, les propriétés du milieu végétal). Ce travail se place donc au confluent de plusieurs disciplines et par conséquent des termes propres à chacune de ces disciplines sont susceptibles d'être employés. Il faut cependant noter que le même terme peut avoir des acceptions différentes pour chaque discipline. Par exemple, le terme "modèle" en mathématiques a la signification de "paramètres du modèle" en physique. Le terme de "paramètre" exprime des notions différentes qu'il s'agisse de statistique (une caractéristique quantitative d'une population), de physique ou de mathématiques. Un choix arbitraire a donc été effectué, la terminologie retenue étant celle couramment employée en physique. Ainsi "modèle" signifie à la fois "schéma conceptuel d'un processus physique" et "relation fonctionnelle représentant ce processus" ; "paramètre" signifie "variable de la fonction représentant le modèle".

D'autre part, lorsque des formules provenant d'autres auteurs sont présentées, les notations sont adaptées à celles choisies dans cette thèse.

Introduction

La végétation joue un rôle important à la fois dans le climat planétaire et dans les activités économiques en particulier agricoles et forestières. Il est donc intéressant de pouvoir déterminer sa répartition, ses caractéristiques et de pouvoir effectuer son suivi dans le temps.

L'observation par satellite ou par avion du couvert végétal a permis d'accéder à la fois aux grandes échelles spatiales et temporelles d'observations. Ces techniques de télédétection ont trouvé aussi de nombreuses applications pratiques dans les domaines agricoles et forestiers.

Les instruments de télédétection ont rapidement évolué tout en donnant accès à de nouvelles techniques d'analyse des caractéristiques de la végétation.

La photographie aérienne et ses applications (par exemple les stéréophotographies) figurent parmi les premières techniques disponibles. Elles présentent l'intérêt de fournir une information géographique des ressources végétales visuellement interprétable. Elles ont permis d'accéder à une observation du couvert à différentes échelles, ainsi que de procéder à l'identification et à la cartographie des ressources. Cependant, la photographie traditionnelle sur pellicule se prête mal à une exploitation intensive, essentiellement en raison de la lourdeur des manipulations et du coût de traitement de l'information.

L'apparition de satellites d'observation de la Terre (*e.g.* SPOT, Landsat-TM) ou météorologiques (*e.g.* NOAA) a permis d'obtenir des informations sous formes d'images numériques prises dans une ou plusieurs bandes spectrales et généralement correspondant à un angle de visée du satellite.

Le codage numérique de chaque point de l'image permet d'exploiter de manière quantitative les données. Elles sont utilisées pour calculer des indices spectraux, qui sont des fonctions (combinaisons linéaires, fractions, ...) de la réflectance d'un pixel pour différentes longueurs d'ondes (Kuusk, 1991; Verstraete and Pinty, 1996), généralement le rouge et le proche infrarouge.

De très nombreux indices de végétation ont été proposés : NDVI (*Normalized Difference Vegetation Index*), PVI (*Perpendicular Vegetation Index*), SAVI (*Soil Adjusted Vegetation Index*), TSAVI (*Transformed Soil Adjusted Vegetation Index*), GEMI (*Global Environment Monitoring Index*) ... Ces combinaisons sont déterminées de manière à évaluer certaines propriétés du couvert (notamment l'indice de surface foliaire et la fraction de rayonnement photosynthétiquement actif absorbé) tout en minimisant la contribution d'éléments dont on ne désire pas connaître les propriétés (sol, eau, ...). L'emploi des indices spectraux est très répandu, car ils permettent d'effectuer une classification de

La télédétection spatiale : un outil d'analyse de la végétation

Évolution technologique

la végétation en fonction de son état. Ils représentent une quantification des propriétés du couvert par opposition à la technique photographique sur pellicule qui ne permet qu'une approche qualitative. Cependant, ces indices ne sont essentiellement que des indicateurs de l'abondance et de l'activité des éléments absorbants du rayonnement qui sont présents dans les feuilles comme les pigments chlorophylliens, l'eau, l'azote, ... (Myneni et al., 1995a).

Détermination quantitative des propriétés biophysiques du couvert

L'évolution de la technologie des capteurs (MERIS, MISR, MODIS, POLDER, PRISM, RHEA, SEAWIFS, ...) permet d'obtenir un bien meilleur échantillonnage à la fois spectral et directionnel du rayonnement mesuré. Le plus grand échantillonnage de mesures permet en principe d'aborder l'estimation de grandeurs biophysiques caractéristiques de la végétation à partir du rayonnement mesuré, c'est-à-dire résoudre le "problème inverse". Cette approche n'est réalisable en pratique que si l'on dispose d'au moins autant de mesures que de grandeurs caractéristiques à déterminer, c'est pourquoi les "multimesures" offertes par les satellites (American Society of Photogrammetry, 1983) sont requises. L'intérêt de cette approche réside dans la possibilité de déterminer les caractéristiques biophysiques, et notamment architecturales, du couvert.

La solution du problème inverse est recherchée en ajustant les simulations du modèle aux mesures disponibles à l'aide d'un algorithme approprié. Pour cela, on doit disposer d'un modèle mathématique mettant en relation les propriétés biophysiques auxquelles on s'intéresse et le rayonnement réfléchi.

Problèmes et besoins du problème inverse

De nombreux algorithmes de restitution des paramètres ont été créés pour restituer les propriétés du milieu végétal (Antyufeev and Marshak, 1990; Privette et al., 1995; Rahman et al., 1993; Woodcock et al., 1997; Kimes et al., 1998; Knyazikhin et al., 1998b). En pratique, il apparaît que la convergence vers une solution stable et physiquement acceptable n'est pas toujours possible. Ce problème ne provient pas uniquement des erreurs des données ou d'insuffisances des méthodes numériques, car même avec des données synthétiques, la restitution présente des difficultés. Il nous semble donc nécessaire d'examiner les raisons de tels problèmes.

Il est également nécessaire d'estimer l'incertitude des paramètres restitués. Ce problème est différent de celui de la convergence des paramètres vers une valeur "vraie". Même lorsque l'étape de l'estimation est réussie, l'incertitude sur cette estimation peut être importante, ne serait-ce que parce qu'il existe une incertitude sur la mesure. Plus précisément, il est préférable que les mesures ne comportent pas trop de perturbations, qu'il s'agisse de bruit instrumental, de phénomènes météorologiques gênant l'observation ou de tout ce qui peut dégrader la précision des mesures. En outre, la précision de la solution du problème inverse, voire la possibilité de restituer les paramètres, dépend des mesures que l'on choisit, c'est-à-dire de l'échantillonnage (spectral et/ou directionnel) de ces mesures.

Il nous semble donc important d'aborder le problème de la détermination d'un échantillonnage optimal des données, et en particulier de l'échantillonnage directionnel (Goel and Thompson, 1985; Privette et al., 1996b). Un échantillonnage des données est optimal s'il permet de restituer les paramètres avec la

meilleure précision. L'échantillonnage des données doit donc tenir compte à la fois de la sensibilité des mesures aux paramètres décrivant la végétation et de toutes les sources de dégradation de l'information. Pour résoudre ce problème, il faut donc disposer d'une définition formelle permettant de définir l'information sur les paramètres fournie par les mesures.

L'objectif de cette thèse est de répondre aux trois points évoqués précédemment : pour quelles raisons est-il difficile de résoudre le problème inverse, comment estimer la précision des paramètres de la végétation lorsque le problème inverse est résolu, et comment trouver l'échantillonnage optimal des données ? Il s'agit donc d'identifier tous les éléments entrant en jeu dans l'inversion et de déterminer une approche permettant de prendre en compte tous ces éléments.

Objectifs de la thèse

Cette thèse n'a pas pour objectif de réaliser des inversions de données.

La première partie de cette thèse est constituée de deux chapitres décrivant successivement les principes physiques du transfert radiatif et des mesures associées, puis le cadre théorique de l'inversion et les outils d'analyse que l'on peut en déduire.

Plan du rapport

Le 1^{er} chapitre décrit les processus physiques d'interaction du rayonnement lumineux avec le milieu végétal (y compris le sol) et l'atmosphère. Nous en déduisons un modèle simple du rayonnement réfléchi. Ce modèle est le principal outil de simulation employé dans cette thèse. La dernière partie du chapitre est consacrée aux différents termes d'erreurs à la fois dans les mesures et les simulations du rayonnement réfléchi par la végétation.

Le 2^{ème} chapitre présente le concept de problème inverse, et les critères statistiques (densité de probabilité) définissant la solution. La formulation choisie est générale et permet de rendre compte des erreurs de mesures et de simulations ainsi que des éventuelles informations supplémentaires indépendantes des données (informations *a priori*). À la suite de cette description du problème inverse, nous donnons la définition de l'information, au sens de Fisher.

La seconde partie de l'étude est composée de trois chapitres. Elle propose une exploitation des matériels et méthodes présentés dans la première.

Le 3^{ème} chapitre aborde la description du contenu en information des mesures de facteurs de réflectance bi-directionnelle, conformément au formalisme présenté dans le chapitre 2. Les résultats numériques sont interprétés physiquement, ce qui permet, dans une certaine mesure, de généraliser les conclusions apportées. Nous abordons en outre l'estimation de la précision des paramètres suivant l'échantillonnage des données. Bien que ce chapitre n'apporte pas de conclusion définitive sur la configuration optimale d'un satellite — car une telle étude requiert aussi la connaissance de la précision des mesures — il permet cependant d'étudier les propriétés de la définition du contenu en information (rôle des sensibilités et des corrélations associées) et de déterminer quelles sont les connaissances nécessaires pour déterminer l'échantillonnage optimal correspondant à une application particulière.

Le 4^{ème} chapitre, a été développé séparément dans un premier temps. Il

décrit un modèle de transfert radiatif simple, dédié à l'inversion des propriétés du couvert végétal, et permettant de prendre en compte la topographie. Ce modèle permet de conserver la végétation verticale sur un terrain. Cette approche a été validée par les mesures effectuées par Craig Trotter du Landcare Research Center, Nouvelle Zélande (Combal et al., 1999). Ces résultats permettent de mettre en évidence l'importance du rôle joué par la végétation sur le rayonnement réfléchi, et plus précisément montrent l'importance des corrections à apporter aux mesures radiométriques.

Dans le 5^{ème} chapitre nous proposons une évaluation numérique de l'adéquation entre mesure et modèle. Nous nous sommes intéressé à l'erreur commise lorsque l'on considère que les variations de pente sont remplacées par leur moyenne. Plus particulièrement, nous avons examiné quelle erreur l'on commet sur le rayonnement réfléchi si on remplace une topographie dont les pentes varient entre $\pm 5^\circ$ par une surface horizontale. Pour faire ces calculs, nous avons utilisé le modèle présenté dans le chapitre 4.

Cette thèse nous permet donc de présenter un cadre formel pour le problème inverse, permettant de prendre en compte les différents terme d'erreurs provenant à la fois de la mesure et de la modélisation. Le problème de l'inversion de paramètres de la végétation nous permet de montrer le potentiel du formalisme que nous introduisons. Ce formalisme peut être appliqué à tous problèmes de restitution de caractéristiques d'un milieu par télédétection.

Première partie

Définition et méthodes de résolution du problème inverse

Chapitre 1

Description et modélisation du transfert radiatif dans le couvert végétal

Ce chapitre décrit le transfert radiatif dans le couvert végétal, sa modélisation et les incertitudes qui sont attachées à la fois à la mesure et au modèle. La première section décrit les processus physiques de diffusion et d'absorption du rayonnement lumineux dans l'atmosphère et la végétation. Après une description rapide du transfert de rayonnement dans l'atmosphère, on présente les interactions entre le rayonnement et les feuilles du couvert végétal. La deuxième section propose un modèle simple de ces interactions permettant de simuler le rayonnement réfléchi par la végétation. La troisième section examine les désaccords pouvant exister entre le signal mesuré et les simulations du modèle.

1.1 Du soleil au radiomètre

Plusieurs types de détecteurs peuvent être utilisés pour effectuer une mesure du rayonnement ayant interagi avec le milieu végétal, et donc contenant des informations relatives à la végétation. Dans le cadre de cette étude, nous nous intéresserons aux données acquises par des radiomètres passifs, qui mesurent le champ de rayonnement visible ou proche infrarouge émergeant au sommet de la couche atmosphérique (plateformes spatiales), ou à un niveau donné d'altitude dans l'atmosphère (plateformes aéroportées ou terrestres).

Mesures passives dans le visible et le proche infrarouge

Le rayonnement mesuré ne provient donc que de la diffusion de la partie visible et proche infrarouge¹ du spectre solaire. Les processus physiques se réduisent aux processus de diffusion et d'absorption que nous désignons par le terme de transfert radiatif.

Le long de son trajet du soleil au détecteur, le rayonnement lumineux interagit avec la couche atmosphérique, le milieu végétal et le sol. On peut considérer l'ensemble comme un milieu continu, borné à son sommet par le sommet de la

Séparation des milieux atmosphérique et végétal

¹Le terme proche infrarouge désigne ici les longueurs d'ondes entre $0.75 \mu\text{m}$ et $1.5 \mu\text{m}$, pour lesquelles il n'y a pas d'émission par le couvert végétal

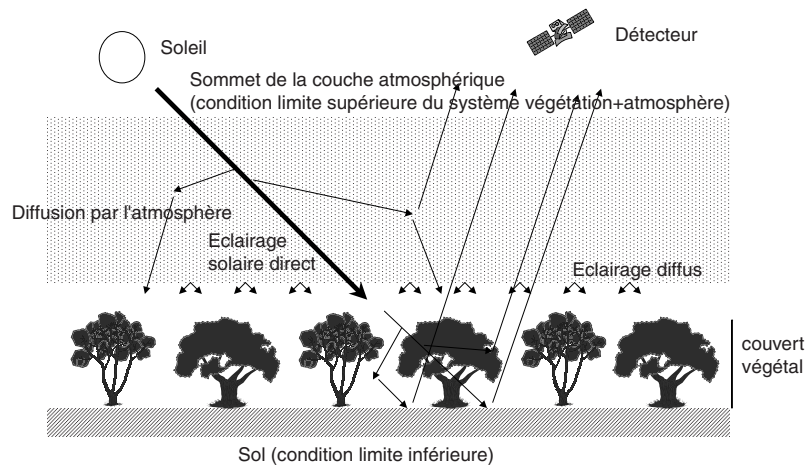


FIG. 1.1 – Diffusion et absorption du rayonnement lumineux dans le système formé de l’atmosphère et de la couche de végétation.

couche atmosphérique, et à sa base par le sol sous les plantes (fig. 1.1). Nous simplifions cependant le problème en séparant l’atmosphère de la végétation.

1.1.1 Diffusion et absorption du rayonnement dans l’atmosphère

Absorption gazeuse

Les constituants atmosphériques absorbent et diffusent le rayonnement lumineux incident (provenant du soleil et traversant la couche atmosphérique en direction du couvert végétal) et le rayonnement réfléchi par la surface terrestre (qui se propage vers le radiomètre).

L’absorption par l’ozone provoque une forte réduction du rayonnement solaire incident pour des longueurs d’ondes inférieures à $0.29 \mu\text{m}$ (ultraviolet) ainsi qu’une faible atténuation dans le rouge à $0.6 \mu\text{m}$.

L’oxygène présente une bande d’absorption à $0.76 \mu\text{m}$ d’une largeur de 4 nm.

Au delà, l’absorption est principalement due à la vapeur d’eau, au dioxyde de carbone et au méthane. Alors que l’absorption gazeuse est très faible dans le visible, elle est plus importante pour l’infrarouge où seules quelques fenêtres atmosphériques sont disponibles pour l’observation de la surface terrestre.

Diffusion et absorption moléculaire

Pour chacune de ces fenêtres atmosphériques, le rayonnement transmis est absorbé et diffusé par les molécules et les particules d’aérosols. L’interaction de la lumière avec les éléments atmosphériques dépend essentiellement de la longueur d’onde, de la taille, de la forme et de la nature des particules (van de Hulst, 1981) :

- l’interaction de la lumière avec des molécules — dont la taille est très petite par rapport aux longueurs d’ondes du visible et du proche infrarouge — relève de la théorie de diffusion de Rayleigh ;
- l’interaction avec des particules d’aérosols — des poussières et des gouttelettes d’eau sphéroïdales d’un diamètre de l’ordre de 10nm à 0.1 mm — est représentée par la théorie de Mie. Pour les cristaux de glace, la dif-

fusion et l'absorption peuvent être simulées, par exemple, à l'aide de techniques de lancer de rayon (Jaquinta and Personne, 1992)

De ces différents processus résulte le rayonnement diffusé par le ciel qui représente de 15% à 30% du rayonnement direct, au niveau du sol, sous des conditions de ciel clair. Le rayonnement diffusé par le ciel représente une source de lumière pour la surface de végétation (en plus du rayonnement direct du soleil) ainsi que pour le radiomètre, comme le représente schématiquement la figure 1.1.

La couche atmosphérique perturbe donc particulièrement à la fois le rayonnement incident sur la surface terrestre, mais aussi le rayonnement réfléchi par le couvert végétal.

Rayonnement incident sur la surface terrestre

1.1.2 Processus d'interaction entre le rayonnement lumineux et les constituants du couvert

Tous les éléments aériens constitutifs de la plante (tronc, branches, brindilles, feuilles) participent à la diffusion et à l'absorption du rayonnement lumineux. Cependant, nous ne prendrons en compte que les interactions de la lumière avec les feuilles qui présentent, pendant la saison de croissance, la plus grande surface d'interaction avec le couvert, et sont les éléments les plus visible lorsque l'observateur est placé au dessus du couvert. Les feuilles sont des organes spécialisés dans l'interaction lumineuse, chargés de réfléchir ou d'absorber certaines longueurs d'ondes. Leur réponse spectrale varie en fonction de leur propriétés phytologiques (sénescence, stress hydrique, attaque fongique, ...). Par conséquent, le rayonnement diffusé par les feuilles est susceptible de fournir des informations sur la plante.

Rôle prépondérant des feuilles dans le transfert radiatif

La diffusion moléculaire par l'air environnant est négligeable devant la diffusion par les feuilles. Nous considérons donc que l'espace entre les feuilles est vide.

1.1.2.1 Interaction avec une seule feuille

Nous nous intéressons en premier lieu à l'interaction de la lumière avec une seule feuille. Nous résumons ici les principaux processus à l'origine de la signature spectrale des feuilles et de la répartition angulaire du rayonnement réfléchi (Ross, 1981; Russel et al., 1989; Jones, 1992; Asner, 1998).

La structure cellulaire des feuilles est à l'origine de leurs caractéristiques optiques à la fois spectrales et directionnelles.

Structure interne de la feuille

Une feuille est schématiquement composée de différentes couches : une cuticule, l'épiderme supérieur, le parenchyme palissadique, le parenchyme lacuneux composé de cellules et de lacunes contenant gaz et vapeurs d'eau, l'épiderme inférieur, et une autre cuticule. Le rayonnement lumineux qui traverse cette structure est absorbé et réfléchi par les cellules. La présence d'éléments d'indices de réfractions différents et de nombreuses interfaces cellulaires sont à l'origine de la diffusion et de l'absorption du rayonnement dans la structure cellulaire.

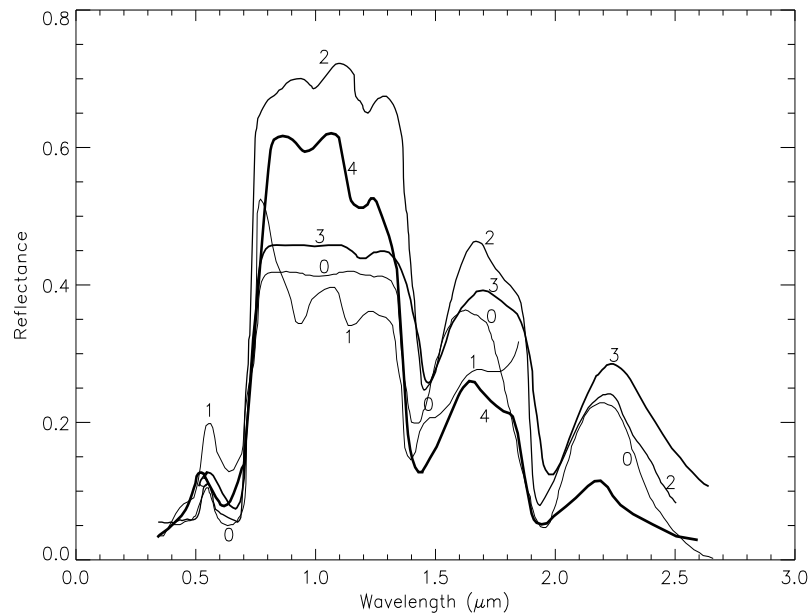


FIG. 1.2 – Réflectances de couverts végétaux en fonction de la longueur d'onde. Feuilles de haricot (0), soja (1), feuilles de bouleau (2), feuilles d'orme (3), aiguilles de pin ponderosa (4). Données fournies par M.M. Verstraete.

Absorption
du rayonne-
ment

L'absorption est principalement due à des phénomènes de transitions électroniques dans le visible (400-800 nm) et de vibration-rotation-étirement sur les liaisons C—H, O—H, C—N et N—H dans l'infrarouge (800-2500 nm) (Baret et al., 1995). Dans le visible, ce sont essentiellement les pigments qui absorbent le rayonnement (chlorophylles a et b, caroténoïdes, ...), alors que dans l'infrarouge ce sont l'eau et les composants de la matière sèche qui absorbent.

Le rayonnement solaire incident visible traverse la cuticule et la couche de cellules épidermiques, puis est partiellement absorbé par les chloroplastes dans les bandes bleue (0.40–0.50 μm) et rouge (0.60–0.70 μm) ainsi que par le carotène (avec un pic à 0.5 μm) (Howard, 1984).

Diffusion du
rayonne-
ment

La diffusion du rayonnement par la feuille dépend aussi de la diffusion interne du rayonnement par les cellules, ainsi que des caractéristiques réfléchissantes de la cuticule, qui introduit un effet de réflexion spéculaire.

Réponse
spectrale
des feuilles

La figure 1.2 montre la réponse spectrale (réflectance) de feuilles saines vertes. La différence de réflectance entre le visible (400-700 nm) et le proche infrarouge (au delà de 700 nm) est due à l'absorption dans le visible par les pigments chlorophylliens, plus importante dans le visible que dans le proche infrarouge.

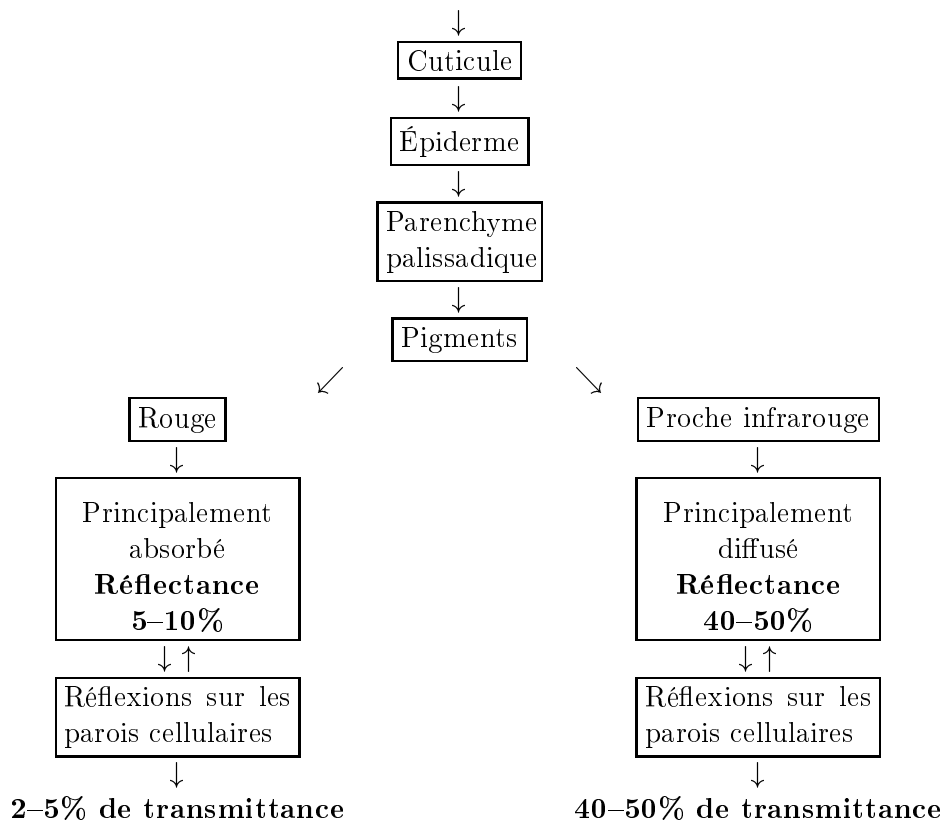


FIG. 1.3 – Diagramme illustrant les processus d’interaction du rayonnement lumineux avec la structure cellulaire d’une feuille (Howard, 1984).

Les propriétés réfléchissantes peuvent être affectées par la rugosité (notamment la pilosité) et l’indice de réfraction de la cuticule cireuse. La présence de telles caractéristiques de l’épiderme de surface augmente la réflectance dans les longueurs d’ondes visibles. De même, la sénescence de la plante, le stress hydrique, une carence minérale, ou une attaque de parasites peuvent modifier le comportement spectral de la réflectance, et donc affecter la télédétection des propriétés du couvert. Par exemple, au cours de la sénescence de la feuille, la proportion de chlorophylle diminue plus vite que celle des caroténoïdes, faisant apparaître la couleur jaune des feuilles. Il en résulte que l’absorption du rayonnement dans le visible décroît rapidement, et donc la réflectance devient beaucoup plus importante.

Variations du comportement

La figure 1.3 résume les processus d’absorption et de réflexion / transmission des feuilles. Les valeurs typiques de la réflectance et de la transmittance qui résultent de ces processus sont 5% à 10% (respectivement 40% à 50%) de réflectance et 2% à 5% (respectivement 40 à 50%) de transmittance pour le rouge (respectivement le proche infrarouge).

Valeurs typiques de réflectance et transmittance

Distribution
angulaire
du rayonne-
ment
réfléchi

Une feuille réfléchit et transmet le rayonnement lumineux qu'elle reçoit de manière anisotrope. La diffusion de l'énergie lumineuse dépend donc à la fois de la direction d'incidence $\underline{\Omega}$ et de la direction de diffusion $\underline{\Omega}'$. La figure 1.4 montre qu'une unité de surface éclairée normalement diffuse le rayonnement préférentiellement vers l'avant et l'arrière. La dépendance angulaire est semblable pour le visible et le proche infrarouge, les courbes sont symétriques par rapport à la normale, mais la quantité de rayonnement diffusé est plus importante pour le proche infrarouge. Pour un angle d'incidence de 60° (fig. 1.4), la composante spéculaire du rayonnement réfléchi apparaît très nettement.

Étant donné que pour de nombreuses espèces les feuilles ne sont pas mates, le phénomène de réflexion spéculaire est très largement observé. Le processus de diffusion ne peut donc pas être représenté par un modèle de diffusion lambertien (diffuseur parfait isotrope) dans la direction de diffusion avant (Ross and Marshak, 1989). Le diagramme de diffusion de la lumière est à prendre en compte dans la modélisation du bilan radiatif du couvert végétal (voir section 1.2).

1.1.2.2 Interaction du rayonnement avec un volume de feuilles

Le type de modèle auquel nous nous intéressons ne prend pas en compte chaque feuille individuellement, mais un volume rempli de feuilles. Plusieurs approches expérimentales ont été mises en œuvre pour mesurer la distribution angulaire du rayonnement réfléchi par un ensemble de feuilles naturelles (par exemple Sandmeier et al., 1998). Cependant de telles approches sont limitées par des difficultés techniques, et surtout par la nécessité d'un choix *a priori* de l'arrangement des feuilles dans le volume expérimental. La plupart des fonctions de diffusion lumineuses du couvert végétal sont donc des fonctions résultant d'une approche statistique ou de modélisation (Ross, 1981).

Architectu-
re du
couvert
végétal

Le rayonnement mesuré par le satellite correspond à une échelle d'observation allant de quelques dizaines de mètres à quelques kilomètres. Le rayonnement lumineux mesuré a donc subi des interactions avec une grande quantité de feuilles. Par conséquent, l'organisation des feuilles dans le couvert joue un rôle important dans l'interaction du rayonnement avec les feuilles.

La dimension des feuilles est grande par rapport à la longueur d'onde considérée, qui ne dépasse pas $2.0 \mu\text{m}$. Par conséquent, les feuilles projettent leur ombre sur d'autres feuilles. Cette présence d'ombre différencie la diffusion de la lumière dans la canopée végétale de celle qui a lieu, par exemple, dans un nuage, où la dimension des diffuseurs sont de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde. Lorsque l'on observe le couvert végétal d'une direction quelconque, on observe à la fois les feuilles et leur ombres. Cependant, si l'observateur se place dans la même direction que le soleil, il ne voit aucune ombre (*shadow hiding*). Cette particularité résulte en un maximum d'intensité lumineuse dans la direction du soleil. Ce phénomène est appelé *hot spot*.

Inclinaison
des feuilles

Le rayonnement réfléchi par le couvert est aussi conditionné par l'orientation des éléments diffusants. En ce qui concerne l'orientation proprement dite des feuilles, celle-ci est très variable d'une espèce à l'autre. L'orientation et la

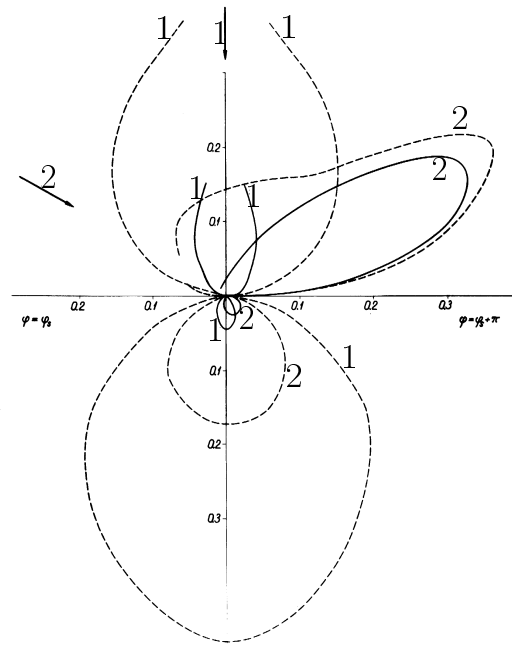


FIG. 1.4 – Exemple de distribution angulaire du rayonnement diffusé par une unité de surface de feuille de maïs pour des longueurs d’ondes bleu (ligne continue) et proche infrarouge (tirets), pour deux angles d’incidence de 0° et 60° (numéros 1 et 2 respectivement). D’après Ross (1981).

disposition des feuilles dans un houppier réel n’ont pour l’instant été mesurées que très rarement (l’expérience est techniquement difficile). À l’intérieur d’un même houppier — et par conséquent pour l’ensemble de la surface considérée — l’hypothèse d’une distribution des orientations symétrique par rapport à la verticale est acceptable (Ross, 1981). La distribution de l’orientation des feuilles dans le couvert végétal est représenté par la distribution de la normale à la surface de chaque feuille du couvert. Ces distributions sont généralement orientées autour d’une direction préférentielle, par exemple plutôt érectophile (verticale) pour l’eucalyptus et plutôt planophile (horizontale) pour de nombreuses espèces à feuillage caduc (Howard, 1984).

La distribution spatiale des feuilles sur une branche ou dans le houppiers n’est pas aléatoire : les feuilles sont regroupées sur des brindilles, et la densité de feuilles est plus importante sur les bords de la couronne (Planchais and Sinoquet, 1998). La distribution spatiale de ces mêmes houppiers varie suivant la nature du couvert. La distribution peut être organisée en rangs ou aléatoirement suivant la technique de semis pour des couverts agricoles, alors qu’un couvert naturel présente des effets de regroupement des plantes (*clumping*) (Ross, 1981). Le couvert apparaît alors plus ou moins fermé, et le sol apporte une contribution variable (suivant sa visibilité) sur le signal mesuré. La distribution spatiale des houppiers constitue donc une information de texture qui ne peut pas être négligée dans le cas d’images de haute résolution (Pinel, 1997; Bruniquel-Pinel and Gastellu-Etchegorry, 1998).

Distribution spatiale

Hétérogénéité

La plupart des milieux naturels sont hétérogènes. Contrairement aux nuages qui ne présentent qu'un ou deux types de constituants interagissant avec le rayonnement, le milieu végétal est beaucoup plus complexe : présence de branchage, de bourgeons, de fleurs, de fruits, de litière au sol, plusieurs essences dans un même groupement, individus d'âges différents, . . . Même dans le cas de couverts monospécifiques, l'âge des individus est variable dans cette population (Harper, 1989).

1.1.3 Réflexion et absorption du rayonnement par le sol

Distribution angulaire du rayonnement réfléchi par le sol

Le sol sous-jacent au couvert réfléchit une partie du rayonnement transmis par le couvert végétal. Le rayonnement réfléchi relève à la fois de la réflexion diffuse et spéculaire. Sur un sol présentant de nombreuses irrégularités (graviers, cailloux, sillons, . . .), l'intensité lumineuse réfléchie décroît quand la surface ombrée augmente. Cependant, si l'on observe le sol dans la direction d'incidence solaire, la surface ombrée vue est nulle, d'où une intensité mesurée maximale (effet de *hot spot*). Dans le cas d'un sol très lisse, la réflexion peut avoir une composante spéculaire très marquée.

Absorption par le sol

Les propriétés d'absorption sont liées à la présence d'eau, de minéraux et de matière organique. La réflectance du sol diminue avec la quantité d'eau liquide contenu dans les couches supérieures du sol et de matière organique (la figure 1.5 montre que la réflectance augmente quand le sol est plus sec). Au contraire, la réflectance augmente avec le taux de calcaire dans le sol.

Diffusion par le sol

Les propriétés de diffusion du sol dépendent également à la fois de sa rugosité et de la taille des éléments constitutifs. Lorsque les particules sont petites devant la longueur d'onde, la réflectance du sol est décrite par une loi en λ^{-n} où n est l'indice de réfraction des particules ($1 < n < 4$). Lorsque la taille des particules est plus grande que la longueur d'onde, la réflectance est essentiellement liée à la structure de la surface (la rugosité) (Baret et al., 1995).

Réponse spectrale du sol

La réflectance des sols (fig. 1.5) est relativement régulière dans les domaines visibles et proche infrarouge et régulièrement croissante en fonction de la longueur d'onde (entre $0.5 \mu\text{m}$ et $1.3 \mu\text{m}$) pour les sols sableux (courbes indexées 7 et 8). On note la présence de deux bandes d'absorption de l'eau à $1.45 \mu\text{m}$ et $1.95 \mu\text{m}$ (Baret et al., 1995). La réflectance du sol argileux est globalement croissante pour le visible et le proche infrarouge (pour une longueur d'onde inférieure à $1.3 \mu\text{m}$) avec toutefois la présence de la bande d'absorption de l'oxyde de fer Fe_2O_3 vers $0.7 \mu\text{m}$.

Diffuseur lambertien

Malgré ces caractéristiques, le sol est souvent représenté par une surface lambertienne d'albédo de surface R_S .

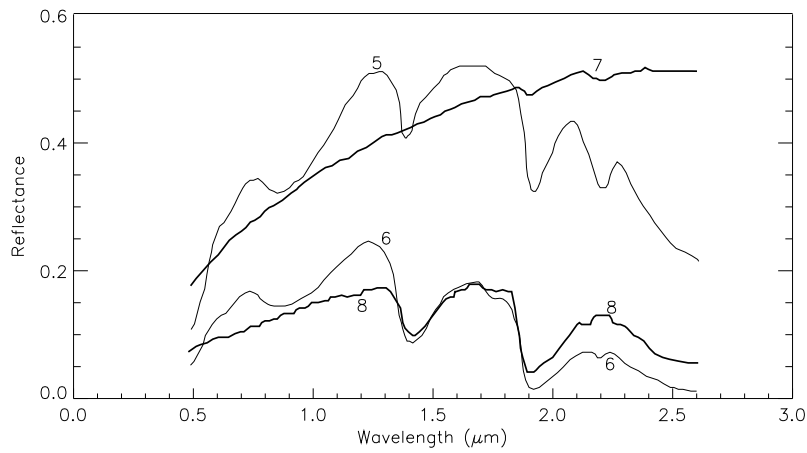


FIG. 1.5 – Réflectances de sols en fonction de la longueur d’onde. Sol argileux sec (5), sol argileux humide (6), sol sablonneux sec (7), sol sablonneux humide (8). Données fournies par M.M. Verstraete.

1.2 Modélisation du rayonnement réfléchi par le couvert végétal

La modélisation de la végétation a pour objectif de représenter son état et son évolution à l’aide de différentes variables d’états du couvert et de la modélisation de processus physiques et biophysiques (fig. 1.6). Deux principaux types de modèles peuvent être discernés et combinés :

- les modèles de fonctionnement du couvert décrivent les processus biophysiques qui régissent l’évolution du couvert végétal. Ils permettent de s’intéresser au développement des plantes, à la photosynthèse, la respiration, l’évapo–transpiration, la distribution en carbone, azote et eau entre les différents organes, et les échanges avec le sol et l’atmosphère ;
- les modèles du transfert d’énergie et de masse entre le sol, la végétation et l’atmosphère nécessitent des informations sur la canopée ainsi que des variables climatiques (rayonnement incident, température de l’air, vitesse du vent, ...). Ils peuvent être couplés à un modèle de fonctionnement pour décrire le transfert de masse et d’énergie d’un cycle complet de la végétation.

Ces deux types de modèles permettent, *in fine*, de calculer des grandeurs telles que les flux d’eau, ou la production primaire nette de la végétation. L’assimilation des données de télédétection consiste à régler les modèles de fonctionnement et d’échanges de manière à ce que ces modèles permettent de calculer, par exemple, l’évolution temporelle des réflectances.

La détermination de la structure du couvert — la quantité de feuilles et sa distribution — est nécessaire pour l’estimation de l’absorption du rayonnement responsable de la photosynthèse, de la productivité, du transport par la turbulence des quantités de chaleur, de l’évapotranspiration, de l’interception des précipitations et de la température du sol (Campbell and Norman, 1989; Russel et al., 1989; Raupach, 1989).

Assimila-
tion des
données de
télédétec-
tion

ASSIMILATION

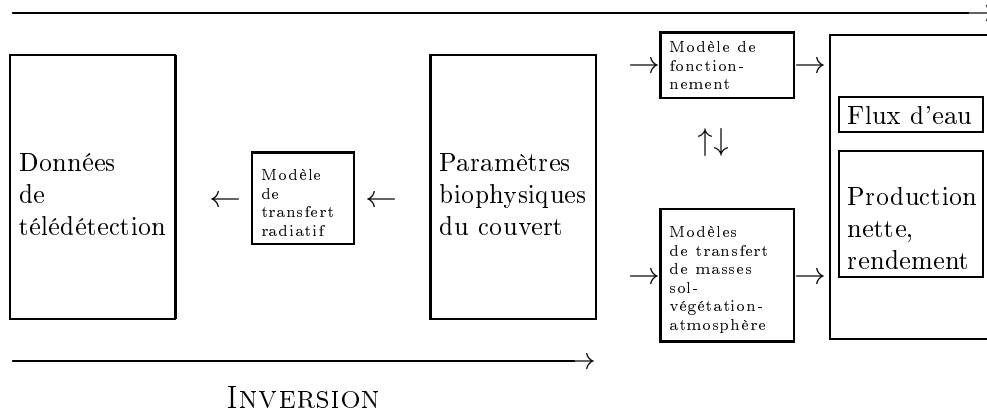


FIG. 1.6 – Estimation des flux d’eau, de la production primaire et du rendement à partir de données de télédétection spatiale. D’après Baret, 1998, *ReSeDA : assimilation of multisensor and multitemporal remote sensing data to monitor vegetation and soil functioning*, rapport annuel.

Les paramètres qui caractérisent le milieu végétal (fig. 1.6) sont des paramètres d’entrée à la fois pour les modèles de fonctionnement et pour les modèles de transfert radiatif. Les modèles de transfert radiatif doivent donc être employés dans le mode “inverse” de leur mode d’utilisation habituel pour pouvoir estimer les paramètres du couvert à partir de mesures du rayonnement.

1.2.1 Choix des paramètres pour le modèle de transfert radiatif

Le mode direct

Les modèles de transfert radiatif permettent de simuler le rayonnement réfléchi par le couvert végétal à partir de propriétés optiques et structurales du couvert. Cet emploi correspond à ce que nous appelons le mode direct. Dans ce mode, les modèles peuvent être plus ou moins complexes, c’est-à-dire mettre en jeu une représentation plus ou moins détaillée du couvert. Les modèles les plus simples sont traduits par des relations paramétrées entre des grandeurs caractéristiques du couvert et le rayonnement lumineux réfléchi (voir, pour une revue de modèles, Engelsens et al., 1996), les plus complexes permettent une représentation tridimensionnelle détaillée du couvert (par exemple, Myeni et al., 1990 ; Gastellu-Etchegorry et al., 1996 ; Govaerts, 1998). Il n’y a pas de limite *a priori* aux possibilités de représentation du milieu, si ce n’est les capacités des calculateurs. Par conséquent, on peut choisir d’utiliser une représentation paramétrée du milieu aussi complète qu’on le désire sans que cela ne dégrade les performances (notamment la précision) de la simulation.

Le mode inverse

Les caractéristiques biophysiques du couvert sont les paramètres d’entrée des modèles de fonctionnement et de transfert d’énergie et de masse (fig. 1.6). Afin d’estimer la valeur de ces paramètres de végétation, les mesures du rayonnement réfléchi par le couvert végétal sont utilisées conjointement à un modèle

de transfert radiatif pour estimer les paramètres biophysiques de la végétation. Cet emploi des modèles de transfert radiatif correspond au mode inverse. Puisqu'il n'est pas possible de bâtir de manière univoque une relation fonctionnelle permettant de déterminer les paramètres de la végétation en fonction du rayonnement mesuré, la restitution des paramètres physiques est basée sur un modèle direct.

Il n'existe donc pas, à proprement parler, de modèle inverse. Il s'agit plutôt de méthodes numériques d'inversion permettant d'estimer les paramètres de la végétation à partir de l'ajustement de simulations (dépendant des paramètres de la végétation) aux mesures.

Oppositions
modes di-
rect/inverse

Alors que le facteur de qualité d'un modèle direct est sa capacité à représenter le plus précisément possible le rayonnement lumineux réfléchi en tenant compte des caractéristiques complexes du couvert végétal, on recherche des modèles adaptés à l'inversion tels qu'ils permettent d'estimer les caractéristiques de la végétation. Il est donc particulièrement important de baser le modèle sur des paramètres qui sont susceptibles de pouvoir être évalués avec une précision suffisante.

Le rayonnement mesuré intègre verticalement toutes les interactions de la lumière avec la matière dans la végétation. Il paraît donc difficile de restituer des propriétés architecturales complexes du couvert telles que celles utilisées dans les modèles tridimensionnels les plus complets, comme la distribution exacte des feuilles dans un houppier, ou la stratification verticale des végétaux dans une forêt. Ce sont donc des grandeurs statistiquement représentatives de l'architecture du couvert que l'on cherche à restituer. Différents types de modèles, et donc différents types de représentations paramétrées du couvert végétal sont envisageables. Les modèles de type géométrique représentent le houppier de l'arbre sous la forme d'ellipsoïdes, et tiennent compte de la distribution spatiale et des intervalles entre les arbres (Li et al., 1995). De tels modèles permettent d'étudier la relation entre l'architecture du couvert et le rayonnement réfléchi (Gerard and North, 1997). Ils prennent en outre éventuellement en compte l'effet de l'inclinaison des feuilles sur la diffusion du rayonnement lumineux (Anderson, 1966).

Représenta-
tion
statistique
du milieu

Le rayonnement réfléchi par le couvert dépend donc principalement de l'indice de surface foliaire (LAI), de la distribution de l'orientation des feuilles, les propriétés optiques des feuilles, des propriétés optiques du sol, de la fraction de feuilles vertes et de la fraction de couverture par le feuillage (Sellers, 1992). Ce sont ces paramètres, ou d'autres paramètres permettant de les estimer, qui sont utilisés comme entrée des modèles de transfert radiatif. Le choix de paramètres doit permettre d'utiliser le modèle en mode inverse.

Principaux
paramètres

1.2.2 Modélisation du transfert radiatif dans le couvert végétal

Équation
bilan

Nous décrivons un modèle de transfert radiatif basé sur 6 ou 7 paramètres (suivant la distribution d'orientation des feuilles) du type de celui décrit par Laquinta (1995) et employé dans le modèle 6S (Vermote et al., 1997).

Ce modèle a été entièrement ré-écrit et complété de manière à permettre la prise en compte de la topographie (voir le chapitre 4).

Le milieu végétal est considéré comme un gaz de feuilles (milieu turbide). Une intensité lumineuse I se propageant dans un élément de volume cylindrique, de longueur δr , dans une direction $\underline{\Omega}$, est diminuée de la somme des intensités absorbées et diffusées par le milieu, et est augmentée par les intensités provenant de toutes les directions $\underline{\Omega}'$ (4π sr) et diffusées par le milieu vers $\underline{\Omega}$. Le vecteur direction $\underline{\Omega}$ a pour coordonnées sphériques l'angle zénithal θ et l'angle azimutal ϕ . Le bilan local des intensités s'écrit donc (Chandrasekhar, 1960) :

$$\delta I(\underline{\Omega}) = -\sigma(\underline{\Omega})\delta r I(\underline{\Omega}) + \left(\int_{4\pi} \sigma_s(\underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) I(\underline{\Omega}') d\underline{\Omega}' \right) \delta r \quad (1.1)$$

où $\sigma(\underline{\Omega})$ est la section efficace d'interaction du milieu avec le rayonnement dans la direction $\underline{\Omega}$ et $\sigma_s(\underline{\Omega})$ est la section efficace différentielle de diffusion.

Le milieu est supposé infiniment étendu horizontalement et uniforme dans tout son volume. La coordonnée verticale est $L = \int_z^0 u(z) dz$, où $u(z)$ est la densité de surface de feuilles ($m^2 m^{-3}$) et z est la coordonnée mesurée le long d'un axe perpendiculaire au sol. La valeur $L = \int_{z_t}^0 u(z) dz$ correspond à celle du LAI (*Leaf Area Index* ou indice de surface foliaire) où z_t est l'épaisseur géométrique du couvert. Le LAI correspond donc à l'épaisseur optique du couvert. Par abus de langage, nous désignerons par le terme de LAI la coordonnée L . L'équation 1.1 devient :

$$\mu \frac{\partial I(L, \underline{\Omega})}{\partial L} = -\sigma(\underline{\Omega}) I(L, \underline{\Omega}) + \int_{4\pi} \sigma_s(\underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) I(L, \underline{\Omega}') d\underline{\Omega}' \quad (1.2)$$

où $\mu = \cos \theta$.

Les conditions aux limites du milieu végétal sont une intensité incidente $I_0 = \pi$, de direction $\underline{\Omega}_0$ (condition limite supérieure, au niveau $L = 0$) :

$$I(0, \underline{\Omega}) = \pi \delta(\underline{\Omega} - \underline{\Omega}_0) \quad \mu < 0, \mu' < 0 \quad (1.3)$$

et un sol lambertien d'albédo R_s (condition limite inférieure, au niveau $L = L_T$) :

$$I(L_T, \underline{\Omega}) = \frac{R_s}{\pi} \int_{2\pi^-} |\mu'| I(L_T, \underline{\Omega}') d\underline{\Omega}' \quad \mu > 0, \mu' < 0 \quad (1.4)$$

où $\mu' = \cos(\theta')$.

Le milieu
turbide

Les sections efficaces de diffusion et d'interaction d'un volume de feuilles dépendent, de l'orientation des feuilles et de leurs propriétés optiques (réflectance et transmittance). L'orientation des feuilles est représentée par la fonction de distribution des normales à la surface des feuilles $g_L(\underline{\Omega})$. De nombreuses mesures (Ross, 1981) montrent que l'hypothèse d'une distribution aléatoire de

l'orientation des feuilles par rapport à l'angle azimutal (donc statistiquement indépendante de cette variable), est acceptable, d'où (Ross, 1981; Shultis and Myneni, 1988) :

$$G(\underline{\Omega}) = \int_0^1 g(\mu_L) \int_0^{2\pi} |\underline{\Omega} \cdot \underline{\Omega}_L| d\phi_L d\mu_L \quad (1.5)$$

La fonction G représente la surface totale des feuilles qui interceptent le rayonnement de direction $\underline{\Omega}$, dans un volume où les feuilles sont orientées suivant une loi de distribution g_L . Il existe plusieurs modèles de distributions de l'orientation des feuilles, notamment les distributions discrètes de Bunnik (1978) et la distribution "elliptique" de Kuusk (1995). Les distributions de Bunnik correspondent à cinq cas typiques d'orientations des feuilles : planophile (plutôt horizontales), érectophile (plutôt verticales), extremophile (à la fois horizontales et verticales), plagiophile (plutôt à 45°) et uniforme (orientation aléatoire). La distribution de l'inclinaison des feuilles de Kuusk (1995) dépend du mode d'inclinaison (l'angle θ_m) et de la dispersion ϵ des orientations autour de cet angle. Cette distribution est aussi appelée distribution elliptique car elle prend la forme d'une ellipse en coordonnées polaires, dont l'axe principal est incliné d'un angle θ_m et ϵ est l'excentricité de l'ellipse ($\epsilon = 0$ pour une distribution aléatoire uniforme, $\epsilon = 1$ si toutes les feuilles ont la direction θ_m). Le principal intérêt de ce modèle de distribution est d'être continûment dérivable.

Bien qu'il soit possible (Marshak, 1989), et même souhaitable (voir page 30) de tenir compte de la diffusion spéculaire, nous nous limitons à un schéma de diffusion lambertien, suffisant pour notre étude formelle du problème inverse. La fonction de diffusion définie par Shultis et Myneni (1988) pour un élément de volume de feuilles s'exprime sous la forme :

Schéma de diffusion par les feuilles

$$\frac{1}{\pi} \Gamma(\underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} g_L(\underline{\Omega}_L) |\underline{\Omega}' \cdot \underline{\Omega}_L| f(\underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) d\Omega_L \quad (1.6)$$

La fonction $f(\underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega})$ représente le schéma de diffusion des feuilles. Il s'agit d'une fonction bi-lambertienne paramétrée par la réflectance et la transmittance des feuilles (Ross and Nilson, 1966) :

Feuilles bi-lambertiennes

$$f(\underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) = \begin{cases} r_L |\underline{\Omega} \cdot \underline{\Omega}'| / \pi & \text{si } (\underline{\Omega} \cdot \underline{\Omega}_L)(\underline{\Omega}' \cdot \underline{\Omega}_L) < 0 \\ t_L |\underline{\Omega} \cdot \underline{\Omega}'| / \pi & \text{si } (\underline{\Omega} \cdot \underline{\Omega}_L)(\underline{\Omega}' \cdot \underline{\Omega}_L) > 0 \end{cases} \quad (1.7)$$

Plusieurs approches ont été développées pour prendre en compte le phénomène d'ombre dans un milieu diffusant. Dans le domaine de l'astronomie, le phénomène d'ombrage mutuel par les éléments constituant un milieu dense a été pris en compte pour la première fois par Seeliger en 1887² (Esposito, 1979, "*Seeliger (1887) was the first to formulate the classical method for accounting for mutual shadowing*"). L'effet des ombres mutuelles est déterminé

Le hot spot

²Seeliger, H. (1887). Zur Theorie der Beleuchtung der grossen Planeten, Insbesondere des Saturn. *Abh. Bayer. Akad. Wiss. Math. Naturwiss. Kl.*, **18**, 1–72.

(dans le cadre de la diffusion simple) en calculant le volume vide de tout élément diffusant que rencontre un rayonnement au cours de sa trajectoire, lorsqu'il a pénétré jusqu'à une profondeur donnée et qu'il est rediffusé. Dans le domaine de la végétation, l'approche la plus couramment utilisée est celle de Kuusk (Nilson and Kuusk, 1989). Il s'agit d'une approche statistique empirique de la formulation du *hot spot*. La formulation de Esposito a été reprise par Verstraete et al. (1990). Cette formulation, qui résulte d'un raisonnement physique, repose sur une description géométrique du phénomène de *hot spot*. Cette formulation présente l'avantage de pouvoir être adaptée pour prendre en compte la topographie (chapitre 4), c'est pourquoi nous l'avons retenue.

Paramètres
du modèle

Le modèle dépend donc de 6 ou 7 paramètres qui sont :

- R_S , l'albédo du sol lambertien ;
- r_L , la réflectance des feuilles bi-lambertiennes ;
- t_L , la transmittance des feuilles bi-lambertiennes ;
- L , le LAI du couvert ;
- r_{sf} , le paramètre de *hot spot*, correspondant au rayon de l'espace interfoliaire circulaire ;
- $\left\{ \begin{array}{l} - \theta_m, \text{ l'angle d'inclinaison principal des feuilles et ;} \\ - \epsilon, \text{ le paramètre indiquant la dispersion de l'orientation des} \\ \text{feuilles autour de la direction } \theta_m ; \end{array} \right.$
- **ou**
- une distribution prédéterminée de l'orientation des feuilles : planophile, érectophile, plagiophile, extrémophile, uniforme.

Solutions de
l'équation
du transfert
radiatif

Des solutions analytiques de l'équation du transfert radiatif sont connues dans certains cas particuliers (Chandrasekhar, 1960). La solution analytique complète de l'équation du transfert radiatif 1.2 n'est pas connue dans le cas général. La solution $I(L, \underline{\Omega})$ de l'équation 1.2 est généralement exprimée sous la forme d'une somme de trois intensités (Marshak, 1989) dont les deux premiers termes sont calculés analytiquement (Liang and Strahler, 1993; Pinty and Verstraete, 1998; Gobron, 1997; Iaquina and Pinty, 1994). Ils correspondent respectivement au rayonnement seulement atténué par le couvert (I^0) et à la diffusion simple (I^1). Le dernier terme représente la diffusion multiple (I^M). Les termes I^0 et I^1 peuvent être déterminés analytiquement alors que I^M est estimé à l'aide de la méthode aux ordonnées discrètes (Myneni et al., 1988a) ou D.O.M. (Discrete Ordinate Method). Les détails des calculs sont présentés en annexe B.

Le modèle de transfert radiatif utilisé dans cette thèse correspond à une représentation paramétrée de la végétation basée sur le jeu de paramètres décrit ci-dessus. Ce modèle résout l'équation du transfert radiatif à l'aide des solutions analytiques décrites par Iaquina et al. (1995) et de la méthode numérique de Myneni et al. (1988). L'originalité de notre modèle réside dans sa possibilité de prise en compte de la topographie en modifiant l'orientation des feuilles par rapport à l'axe de référence perpendiculaire au sol. Pour permettre ces calculs, nous avons supprimé toute hypothèse de symétrie par rapport à

l'axe de référence. Le chapitre 4 et l'annexe B donnent de plus amples détails sur ce modèle.

1.2.3 Exemples numériques de BRF

Le signal réfléchi par le couvert végétal est représenté sous la forme d'un facteur de réflectance bi-directionnelle $R(\underline{\Omega})$ défini (Nicodemus, 1970) pour chaque direction de diffusion $\underline{\Omega}$ par :

Facteurs de
réflectance
bi-
directionnelle

$$R(\underline{\Omega}) = \frac{I(\underline{\Omega})}{\mu_0 I_0} \quad \underline{\Omega} \in 2\pi^+ \quad (1.8)$$

où $2\pi^+$ désigne l'ensemble des angles solides de diffusion vers le haut. Le terme $R(\underline{\Omega})$, que nous désignerons par la suite par le terme BRF (Bi-Reflectance Factor), représente l'intensité lumineuse I réfléchie dans la direction $\underline{\Omega}$ par le couvert végétal, normalisée par l'intensité qui serait réfléchie dans la même direction par une surface lambertienne totalement réfléchissante et illuminée de manière identique.

À titre d'illustration, les facteurs de réflectance bi-directionnelle d'un couvert ont été calculés pour une direction d'incidence solaire de $\theta_0 = 32^\circ$ par rapport à la verticale. Pour ces simulations, les valeurs des propriétés optiques du sol et des feuilles sont typiques de celles observées pour un couvert végétal (table 1.1) et représentent les propriétés réfléchissantes et de transmission du rayonnement suivant la longueur d'onde (figures 1.2 et 1.5).

Ces facteurs de réflectance bi-directionnelle $R(\underline{\Omega}_V)$ sont représentés en fonction de la direction de diffusion $\underline{\Omega}_V$ (ou de manière équivalente d'observation) pour deux longueurs d'ondes (rouge : figure 1.7 et proche infrarouge : figure 1.8) dans chaque cas pour un LAI de 1 et $2 \text{ m}^2 \text{ m}^{-2}$ et deux orientations préférentielles de feuilles (planophile et érectophile). Le centre du graphique correspond à la direction verticale ($\theta_V = 0^\circ$) et les bords à la direction horizontale ($\theta_V = 90^\circ$). Chaque figure est représentée avec ses isocontours ainsi que des cercles concentriques (en pointillés) qui indiquent l'angle zénithal d'observation, par pas de 10° . La direction azimutale correspond à $\phi_V = 0^\circ$ dans la direction solaire — indiquée par le terme “Back” pour *backward* (directions de rétro-diffusion) — et à $\phi_V = 180^\circ$ dans la direction opposée au soleil — indiquée par le terme “Forward” (direction de diffusion avant) —. Chaque figure

TAB. 1.1 – Valeurs typiques de la réflectance du sol, et de la réflectance et transmittance des feuilles.

	R_S	r_L	t_L
rouge + sol sombre	0.03	0.075	0.05
proche infrarouge + sol sombre	0.15	0.5	0.45

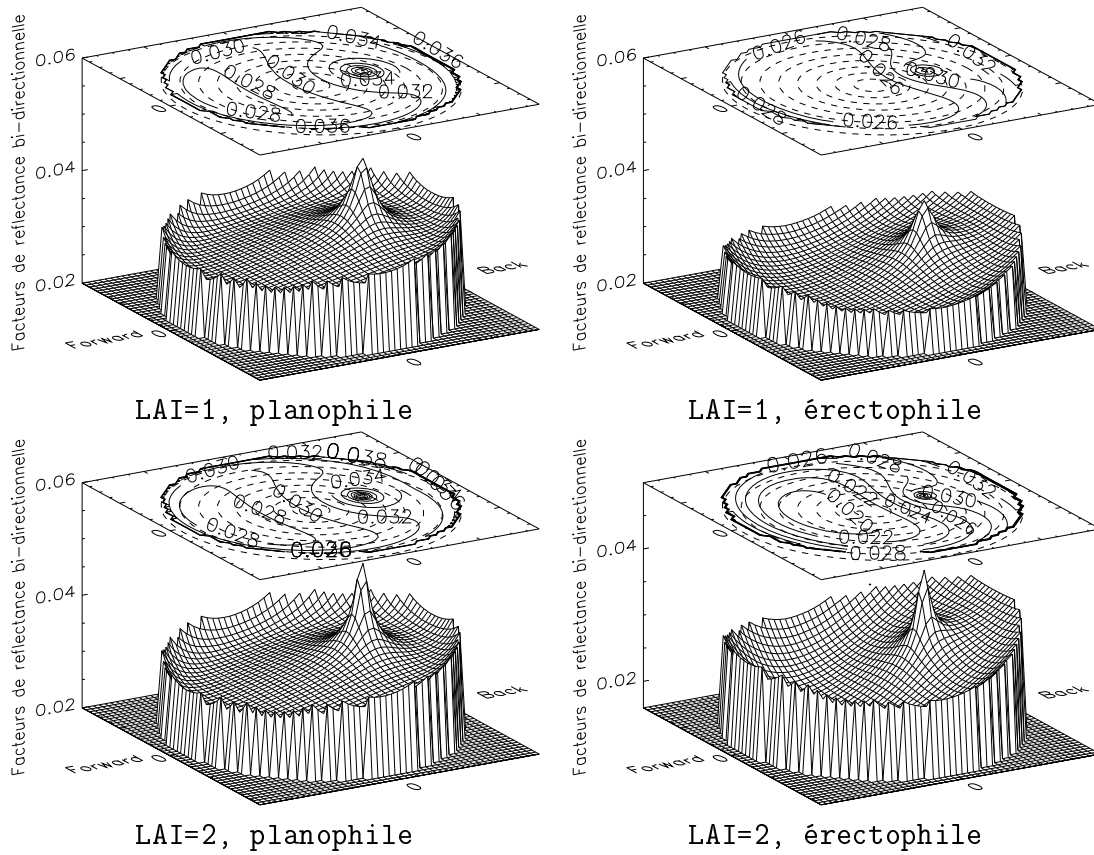


FIG. 1.7 – BRF pour le rouge (voir tableau 1.1) pour un LAI de 1 et un LAI de 2, et pour des couverts de types planophile et érectophile. Le paramètre de *hot spot* vaut $r_{sf} = 0.1$ m.

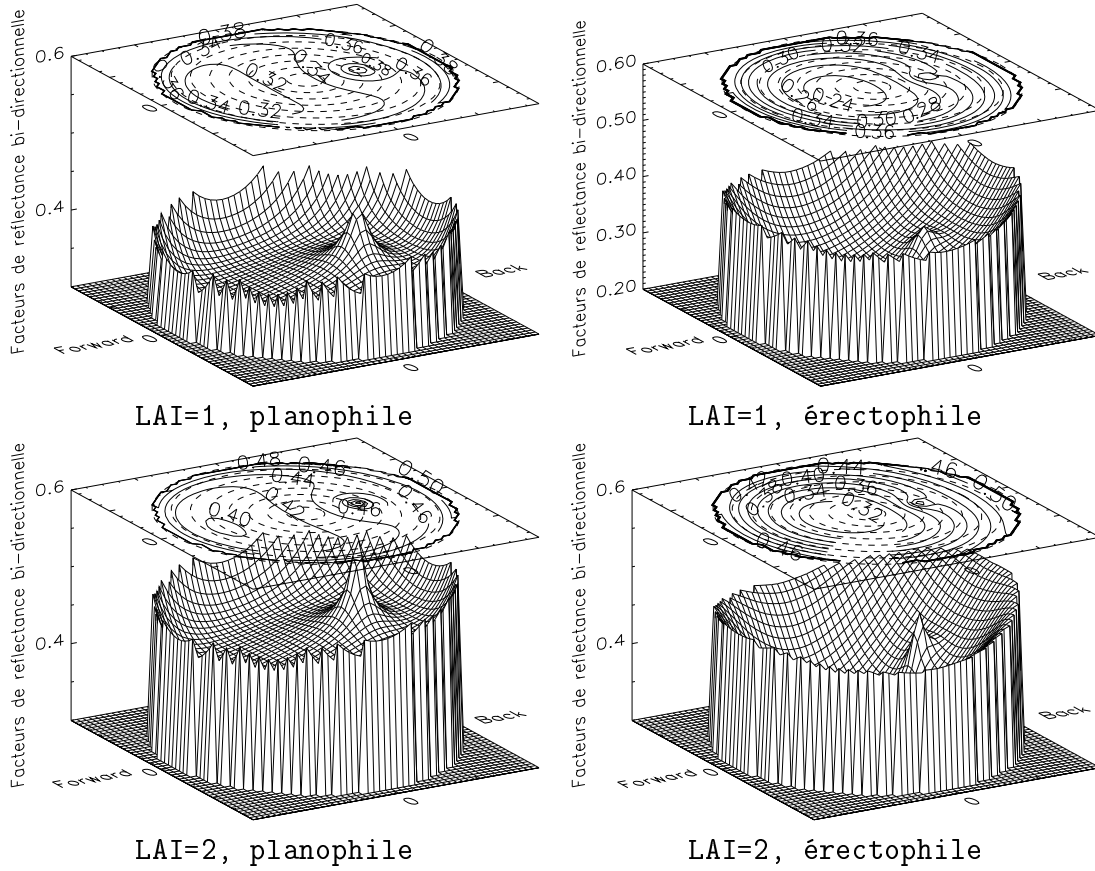


FIG. 1.8 – BRF pour le proche infrarouge (voir tableau 1.1) pour un LAI de 1 et un LAI de 2, et pour des couverts de types planophile et érectophile. Le paramètre de *hot spot* vaut $r_{sf} = 0.1$ m.

présente un pic marqué correspondant au *hot spot* dans la direction du soleil (à $\theta_V \equiv \theta_0 = 32^\circ$).

La principale différence entre le rouge et le proche infrarouge réside dans la valeur moyenne de la réflectance $R(\underline{\Omega})$, plus importante dans le proche infrarouge que dans le rouge (dans le cas de sols sombres), dues à la différence des valeurs des réflectances et transmittances des feuilles pour chacune de ces longueurs d'ondes.

Écarts me-
sures/modèle

Ces figures sont à comparer à des mesures réelles (figure 1.9, p. 46). Les caractéristiques générales des mesures sont reproduites par le modèle (ordre de grandeur des réflectances, présence et position du *hot spot*, réflectances plus importantes dans la direction solaire que dans la direction de diffusion avant). Cependant, les mesures sont entachées de bruit. On constate en outre que l'importance de ce bruit, ou plus précisément l'écart entre les mesures et la simulation, dépend de la mesure. Dans la suite, nous nous intéressons à cet écart.

1.3 Écarts entre les mesures et le modèle

La représentation du milieu végétal dans le modèle de transfert radiatif est simplifiée. Elle ne dépend que de quelques paramètres, et le milieu est supposé être uniforme et infiniment étendu. Par conséquent, le rayonnement simulé par ce modèle ne peut pas correspondre exactement à celui qui est mesuré.

Nous présentons donc dans un premier temps le principe de la mesure *in situ* des principaux paramètres d'entrée du modèle. Ces paramètres sont considérés comme une "vérité sol". Les paramètres mesurés au sol des caractéristiques du couvert permettent deux types de vérification. Le premier consiste à comparer les résultats de l'inversion des paramètres du couvert avec leur mesure *in situ*. Bien entendu, cette comparaison n'est valable que si les paramètres mesurés et ceux obtenus par l'inversion sont comparables. Nous donnons dans la suite quelques indications sur la mesure des principaux paramètres de végétation.

Le deuxième type de vérification consiste à utiliser les mesures au sol comme paramètres d'entrée du modèle de transfert radiatif. Ainsi, le rayonnement simulé peut être comparé à celui qui est mesuré. Cette comparaison n'est jamais totalement satisfaisante. Nous allons donc présenter les différentes erreurs qui affectent la mesure des paramètres du couvert. Nous séparons les erreurs liées à la mesure du rayonnement en deux catégories : les erreurs de mesures elles-mêmes, et celles provenant de l'inaptitude du modèle à représenter la "réalité" du fait même de la représentation simplifiée du milieu.

1.3.1 Détermination *in situ* des propriétés de la végétation et du sol

Détermina-
tion du
LAI

Deux types de méthodes sont envisageables pour l'estimation du LAI : une méthode destructive consistant à prélever les feuilles et à mesurer leur surface, et une méthode non destructive consistant à estimer le LAI à l'aide d'un mo-

dèle de transfert radiatif et de mesures du rayonnement lumineux qui n'est pas intercepté par le couvert.

La planimétrie optique consiste à détacher les feuilles et à les placer sur un tapis roulant défilant devant un faisceau lumineux ou une caméra numérique, de manière à estimer leur surface (par exemple Boissard and Sohbi, 1995). Cette méthode est relativement lente, et on peut envisager, pour les quantités plus importantes, d'estimer la surface de feuille à partir d'une pesée de la matière sèche (Boissard and Sohbi, 1995). Pour compléter le calcul du LAI, il faut mesurer la surface projetée au sol des feuilles, ce qui est fastidieux à réaliser.

Méthodes
destructives

La méthode non destructive, plus facile à utiliser, met en œuvre des instruments de mesure du rayonnement lumineux, comme par exemple le LAI-2000. Le rayonnement lumineux est mesuré au dessous du couvert (et dans la mesure du possible au dessus). L'appareil estime alors la fraction de rayonnement lumineux qui n'a pas été intercepté par le couvert. La mesure est effectuée à l'aide d'un objectif *fish-eye*, et la détermination du LAI se fait à l'aide d'un simple modèle d'atténuation du rayonnement par le couvert, les valeurs vraies du rayonnement sont mesurées pour des angles de 7°, 23°, 38°, 53° et 68° par rapport à la verticale. La mesure à l'aide d'un instrument tel que le LAI-2000 sous-entend plusieurs hypothèses (documentation LAI-2000) :

Estimation
optique du
LAI

- le rayonnement lumineux mesuré sous le couvert ne comporte pas de rayonnement réfléchi ou transmis par les feuilles. Pour remplir cette condition, l'instrument de mesure est sensible au rayonnement dans la bande spectrale 320-490 nm, pour laquelle la réflectance et transmittance des feuilles est quasiment nulle, les feuilles sont donc supposées noires ;
- la surface de chaque feuille est petite par rapport à la surface observée ;
- la distribution spatiale des feuilles est uniforme dans le volume d'observation ;
- la distribution de l'orientation des feuilles en azimuth est uniforme.

Strictement, le LAI 2000 mesure un indice de surface pour toute la plante, puisque tout ce qui intercepte le rayonnement (y compris tronc, branches et brindilles) contribue à l'estimation du LAI. De plus, les feuilles ou les aiguilles sont souvent regroupées sur les branches (*clumping*), *i.e.* la distribution spatiale n'est pas aléatoire, et les données doivent être corrigées.

Une autre possibilité consiste à estimer la distribution de taille du taux d'espace (*gap fraction*) éclairé, à l'aide d'un détecteur que l'on déplace le long d'un transect. Cette technique ne nécessite qu'un seul détecteur que l'on déplace à vitesse constante pour mesurer précisément la distribution de taille d'espace. Cette méthode, en cours de développement par le Canada Centre for Remote Sensing, permet notamment de pallier le problème de *clumping* (C.M. Trotter, communication personnelle).

Compte tenu des écarts liés à la physique des méthodes de mesure, la validation des techniques d'inversion ne peut se faire qu'en référence à la technique de mesure choisie. Cette validation se révèle difficile si l'on n'utilise que des mesures au sol du LAI. Une possibilité peut être l'emploi de données de simulation dont on maîtrise parfaitement les caractéristiques.

Inclinaison
des feuilles

La distribution angulaire du rayonnement réfléchi dépend directement de l'inclinaison des feuilles. Plusieurs méthodes ont été mises au point pour estimer cette inclinaison, ou du moins les propriétés statistiques de cette variable.

Une des premières approches mise en œuvre est celle des “points quadrats” de Warren Wilson, en 1960³ (cité par Ross, 1981). Il s’agit d’introduire une aiguille dans le couvert avec un angle donné et de compter le nombre d’intersection de cette aiguille avec les feuilles. Des mesures dans un grand nombre de directions permettent d’estimer l’inclinaison des feuilles. Le principal inconvénient est le grand nombre de points quadrats nécessaires (Ross, 1981, [. . .] *as many as 10000 point quadrats contacts with the leaves are needed to determine the function $\nu_L(\theta)$* ⁴ *to 1% precision.*).

Une variante de cette méthode proposée par Vanderbilt (1990)⁵ (cité par Boissard, 1995) utilise la télémétrie laser à la place de l’aiguille, ce qui permet une mesure plus rapide, une automatisation, et une précision très satisfaisante.

Une méthode plus récente consiste à mesurer la position et l’orientation des feuilles dans un champ magnétique à l’aide d’un système de pointage (voir Sinoquet et al., 1998). La position du pointeur est repérée dans le champ électromagnétique avec une précision de l’ordre du millimètre. Sur le terrain, cette erreur est de l’ordre du centimètre (perturbations par le vent et par l’opérateur).

Propriétés
optiques du
sol

La détermination des propriétés optiques du sol présente les mêmes difficultés que pour les autres grandeurs. Les propriétés réfléchissantes varient avec la nature du sol (domaine optique) et son recouvrement par de l’herbe ou d’une litière, le recouvrement en eau, . . .

1.3.2 Erreurs de mesure du rayonnement réfléchi

1.3.2.1 Erreurs de mesures aléatoires et systématiques dues aux conditions d’observations

Instruments
de mesure

Les senseurs embarqués sur les plateformes spatiales fournissent sous une forme numérique la mesure d’une grandeur optique (flux, éclairement ou luminance énergétique) réfléchi par le milieu observé. L’instrument est généralement constitué d’un système optique et d’un système électronique, chargés de mesurer le signal. Les caractéristiques d’échantillonnage des mesures dépendent de chaque instrument (table 1.2).

La grandeur mesurée se présente sous la forme d’images (systèmes imageurs) ou directement par la valeur numérique de la grandeur lumineuse mesurée (radiomètres). En général, les pixels fournis par les systèmes imageurs (SPOT, POLDER, . . .) sont convertis sous forme numérique pour faciliter

³Warren Wilson, 1960. *Inclined point quadrats*. New Phytologist, 59, 1 :1–8.

⁴ $\nu_L(\theta)$ est la fonction de fréquence de contacts nécessaire pour évaluer l’orientation moyenne des feuilles.

⁵Vanderbilt, V.C., Silva, L.F. and Bauer M.E., *Canopy architecture measured with a laser*. Applied Optics, vol. 29, n. 1, 1990

TAB. 1.2 – Caractéristiques de quelques radiomètres (Diner et al., 1998; Deschamps et al., 1994; Barnes et al., 1998) et pour VEGETATION : <http://sirius-ci.cst.cnes.fr:8080/>.

Instrument	Angles d'observation	Longueurs d'ondes	Résolution spatiale
MISR	0°, ±26.1°, ±45.6°, ±60.0°, ±70.5°	428–458, 545–565, 660–680, 835–895 nm	250 m (nadir) 275 m (hors nadir)
MODIS	Miroir oscillant entre ±55°	36 bandes spectrales, et pour le thème de la végétation : 459–479, 545–565, 620–670, 841–876, 1230–1250, 1628–1652, 2105–2155 nm	250 m 500 m 1000 m
POLDER	nadir, de 12 à 14 angles de visée par défilement du satellite	433–453* 480–500 555–575 660–680* 758–768 745–785 845–885* 900–920 nm ; * : 3 polarisations possibles	6 km×7km (nadir)
VEGETATION	1 image prise avec une ouverture de 101°	430–470, 610–680, 780–890, 1580–1750 nm	1.15km (nadir) 1.7km (50°, bord de champ)

leurs traitement et interprétation. La figure 1.9 représente la réflectance bi-directionnelle mesurée à l'aide du radiomètre SE590, et la figure 1.10 représente les BRDF (*Bi-directional Reflectance Distribution Function*, $BRDF = 1/\pi$ BRF) déduites des images de POLDER.

Le rayonnement lumineux que l'on désire mesurer est celui qui arrive au niveau du système de détection. À l'intérieur de l'instrument de mesure, le rayonnement est altéré par le système optique et par l'électronique d'acquisition. En outre, la valeur numérique de la mesure est entachée du bruit dû à la discrétisation du signal. Ce bruit provient de la numérisation d'une image sur un nombre fini de bits, le signal correspond alors à un nombre fini de niveaux d'intensité, ce qui provoque une troncature des valeurs numériques des mesures. En plus des bruits de mesures, la calibration de l'appareil n'est pas exacte, ce qui occasionne un biais sur les mesures.

L'embarquement d'instruments à bord de plateformes aéroportées et spatiales entraîne des incertitudes sur la direction de visée donc sur la localisation de la cible. Dans le cas particulier d'instruments imageurs, l'image est déformée par les conditions de vol, ce qui nécessite un traitement correctif des informations et donc entraîne une incertitude supplémentaire sur les mesures.

Plateformes
aéroportées
et spatiales

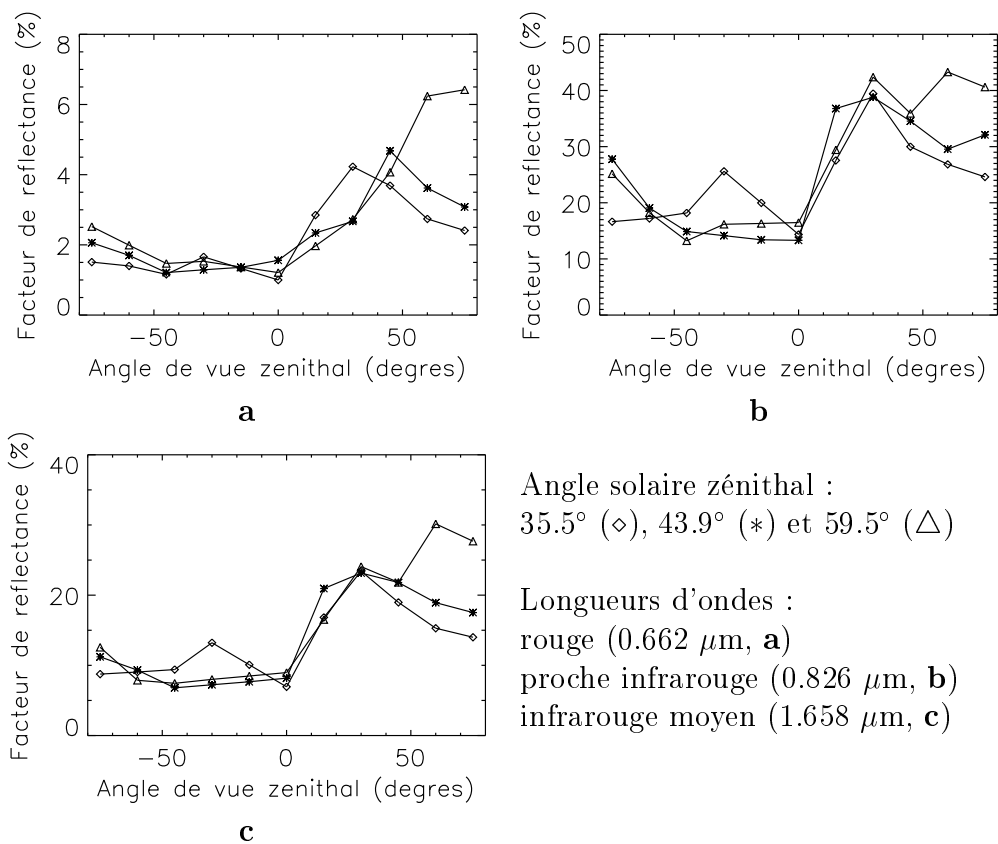


FIG. 1.9 – Facteurs de réflectance bi-directionnelle pour un couvert de sapin du Canada (sapin-ciguë), mesurés à l'aide du radiomètre SE590 (Deering et al., 1994).

1.3.2.2 Perturbations du signal réfléchi par la surface terrestre

Avant d'être mesuré, le rayonnement solaire subit différents processus d'interaction avec la matière (section 1.1). Suivant ce que l'on considère comme étant le signal, les perturbations à prendre en considération sont différentes.

Dans la section 1.2.2 nous avons décrit un modèle qui ne prend en compte que la végétation et une source d'éclairage monodirectionnelle. Par conséquent, nous appelons signal le rayonnement réfléchi qui émerge du couvert. Ce signal est perturbé par son passage dans l'atmosphère. En outre, des conditions d'éclairages autres que monodirectionnelles modifient les conditions d'illumination de la scène et donc le rayonnement réfléchi : état atmosphérique, ombres de nuages, ombres portées dues au relief, ...

Outre l'incertitude liée à la mesure du rayonnement ou des caractéristiques biophysiques de la végétation, il faut aussi tenir compte des phénomènes naturels qui perturbent le rayonnement réfléchi par la végétation. Les paragraphes suivants décrivent les principaux effets dans le cas de la végétation, c'est-à-dire les effets atmosphériques, les effets dus à la structure et à l'hétérogénéité de la végétation, les effets du sol, les effets des pixels avoisinant ceux de la cible et les effets de la topographie (Myneni et al., 1995b).

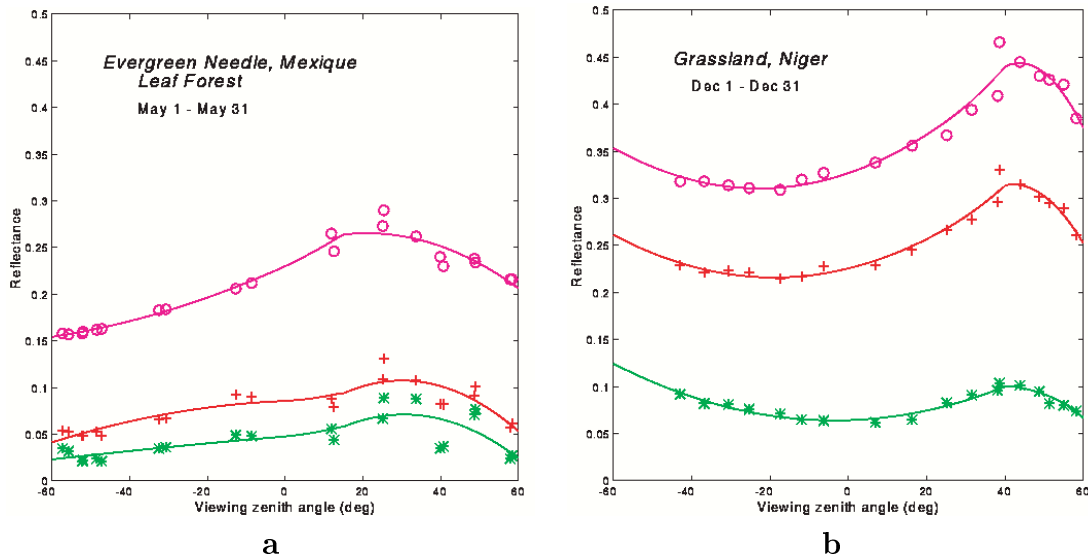


FIG. 1.10 – Exemples de BRDF mesurées par le radiomètre POLDER dans le plan solaire, pour trois longueurs d’ondes : 443 nm (*), 670 nm (+) et 865 nm (o). La figure **a** correspond à une forêt et la figure **b** à de la prairie. Données extraites du CD ROM *Polder on ADEOS*, CNES.

L’atmosphère perturbe les signatures spectrales en atténuant le signal utile et en amplifiant le signal global du fait de sa propre luminance. Les constituants atmosphériques absorbent le rayonnement dans les bandes précises qui correspondent à des différences d’états énergétiques des molécules concernées, et diffusent la lumière dans des régions spectrales généralement très larges. L’effet global observé au “sommet de l’atmosphère” par le satellite peut-être une augmentation ou une diminution de la réflectance de la surface que l’on observerait en l’absence de l’atmosphère. Ces effets dépendent entre autre également de la brillance de la surface, et sont fortement variables en fonction de la longueur d’onde.

Perturbations d’origines atmosphérique

L’environnement immédiat des pixels observés peut affecter leur réponse spectrale, surtout en cas de contraste élevé. Par exemple, les pixels d’un couvert agricole voisins d’une étendue d’eau ont une réponse différente dans le visible et le proche infrarouge par rapport au même champ placé à coté d’un sol sec (donc plus réfléchissant). Comme pour l’atmosphère, la perturbation décroît avec la longueur d’onde : très importante dans le visible, plus faible dans le proche infrarouge et négligeable dans l’infrarouge moyen. Les effets de voisinage résultent en une perte de contraste des pixels observés (Myneni et al., 1995b).

Perturbation par le voisinage immédiat du pixel

En conséquence des nombreuses perturbations du signal, les données acquises par un satellite subissent généralement une série de corrections (tableau 1.3). Ces corrections portent essentiellement sur les grandeurs radiométriques mesurées et sur les propriétés géométriques de l’image. Les corrections géométriques de base servent à annuler les effets dus d’une part aux légères

Correction des données

dérives par rapport à la trajectoire prévue (altitude, direction et vitesse) qui provoquent des déformations de l'image. L'image est donc corrigée en conséquence, et les points sont géoréférencés de manière à pouvoir croiser les informations de l'image avec d'autres informations.

Correction
atmosphé-
rique

De nombreux algorithmes permettent de corriger le rayonnement mesuré de la contribution de l'atmosphère (par exemple Liang et al, 1997). Cette correction est opérée à l'aide d'un modèle du transfert radiatif dans l'atmosphère. Cela suppose de connaître l'état de l'atmosphère lors de la mesure du rayonnement. Dans les zones où l'atmosphère est fortement perturbée (brumes matinales, par exemple), il est parfois intéressant de faire appel à des capteurs qui disposent de bandes d'observations dans le moyen infrarouge (cas de Landsat TM, et de SPOT 4) pour compenser la dégradation du signal utile dans les canaux du visible. Cependant, l'état de l'atmosphère n'est ni connu précisément ni continûment.

D'autre part il faut spécifier la condition limite inférieure, *i.e.* comment le signal est réfléchi au niveau du sol. Dans le cas particulier de la végétation, cette condition limite est anisotrope. On montre qu'il est nécessaire de tenir compte de cette anisotropie (par exemple Hu et al, 1999).

Correction
du relief

Le relief influence directement la réflectance d'une surface en modifiant les angles d'illumination et d'observation par rapport à la normale à cette surface. Il implique également une série d'effets indirects tels que les ombres portées, la modification de l'influence de l'atmosphère, l'occultation de la cible, ou les réflexions multiples entre les parois du relief (radiosité). Alors que la représentation de la topographie est bien maîtrisée (emploi de modèles numériques de terrains), les corrections radiométriques nécessaires ne sont pas encore opérationnelles.

Parmi les corrections envisageables, la prise en compte de la verticalité des végétaux rigides est une particularité de la végétation. En effet, un modèle valide pour un terrain horizontal, doit être modifié de manière à prendre en compte la direction de pousse verticale du couvert alors que le terrain est en pente. Le chapitre 4 présente un modèle de transfert radiatif simple (turbide incluant le *hot spot*, unidimensionnel à deux angles), permettant de prendre en compte la géométrie soleil-végétation-pente. Les résultats de ce modèle ont été comparés avec les mesures effectuées par C.M. Trotter (Landcare Research Center, Nouvelle Zélande) et montrent d'une part que la correction proposée est valable, et que d'autre part les corrections portant sur une simple modification de la position du soleil pour reproduire l'effet de pente ne sont pas valables (Combal et al., 1999).

TAB. 1.3 – Exemple des différents niveaux de traitement des données du satellite SPOT (Satellite pour l’observation de la Terre).

Niveau de correction	Type de correction
niveau 1A	corrections radiométriques de base
niveau 1B	corrections radiométriques et géométriques de base
niveau 2A	corrections radiométriques de base et géométriques dans une représentation cartographique sans points d’appui
niveau 2B	corrections radiométriques de base et géométriques dans une représentation cartographique avec points d’appui (cartes topographiques, points GPS, ...)
niveau ortho	niveau 2A + correction des erreurs de parallaxe (avec un modèle numérique de terrain)

1.3.3 Inadéquations entre les mesures et le modèle

Nous avons introduit l’idée que les écarts entre les mesures et les simulations peuvent être séparés en deux catégories : l’écart provenant de la dégradation du signal et celui provenant des erreurs de modélisation.

Les erreurs qui sont propres au modèle sont désignées par le terme “d’inadéquation” mesures/modèle. Elles proviennent de toutes les hypothèses simplificatrices : gaz de feuilles identiques, simplifications des fonctions de diffusion des feuilles et du sol, homogénéité architecturale du milieu, un seul type de feuille, prise en compte des feuilles seules. Il est indiscutable que de telles hypothèses peuvent être d’importantes sources d’erreurs comme le montrent les simulations tridimensionnelles plus complètes.

Compte tenu de la détermination indirecte des paramètres de la végétation et de la dépendance simultanée du rayonnement à tous ces paramètres, on doit limiter le nombre de paramètres du modèle. En effet, la détermination simultanée d’un grand nombre de paramètres n’est précise que si ceux-ci sont indépendants.

La distinction que nous faisons entre les erreurs instrumentales et les erreurs d’adéquation mesure/modèle ne dépend que du modèle choisi et des limites de sa représentation du milieu, ainsi que de sa capacité à simuler correctement le transfert radiatif (validité de la théorie). Ainsi, si l’on améliore un modèle en ajoutant des paramètres, le modèle présente une meilleure adéquation avec les mesures. Par conséquent, les incertitudes qui relèvent de l’inadéquation mesure/modèle (avec un modèle simple) ne relèvent plus que des erreurs de mesures (avec un modèle plus complet). En conséquence, l’évaluation des termes d’erreurs est différente selon qu’on les considère comme erreurs de mesures ou erreurs de simulation.

Nous présentons dans la suite différentes sources d’inadéquations entre le modèle et les mesures.

Pour tenir compte des effets atmosphériques deux méthodes sont envisageables : corriger les données radiométriques (voir par exemple Liang et al., 1997 ; Pyhäläthi and Vepsäläinen, 1999) ou coupler un modèle d’atmosphère

Inadéquation mesure-modèle et erreurs de mesures

Prise en compte de l’atmosphère

au modèle de végétation (voir par exemple Rahman et al., 1993, Liang and Strahler, 1993, Vermote et al., 1997). La première méthode a pour objectif d'estimer le rayonnement que réfléchit le couvert végétal avant que ce rayonnement ne traverse l'atmosphère, *i.e.* le rayonnement émergeant de la canopée. La seconde sert à prédire le rayonnement mesuré au sommet de l'atmosphère.

La méthode de correction nécessite la connaissance de l'état de l'atmosphère lors de la mesure radiométrique. L'état atmosphérique (température, pression, spectre d'aérosols, vapeur d'eau, présence de nuages ainsi que leur caractéristiques, ...) n'est cependant pas connu avec précision, d'autant plus que celui-ci varie en altitude ainsi qu'horizontalement. Généralement, la correction atmosphérique se fait avec un modèle d'atmosphère complet, comme par exemple le modèle 6S (Vermote et al., 1997). Cependant, Estève (1998) a montré que dans certains cas, la correction atmosphérique avec une simple méthode de normalisation des comptes numériques de l'image (à l'aide d'une image de référence) et la correction à l'aide du modèle 6S, donnent des résultats équivalents sur l'estimation du LAI. Mais il montre aussi que la correction atmosphérique des données acquises au sommet de l'atmosphère est indispensable. L'intérêt de la technique de correction atmosphérique est qu'une fois réalisée, les données peuvent être utilisées par différents codes de restitution des propriétés de surface.

La méthode de couplage nécessite d'inverser simultanément les paramètres de surface et ceux de l'atmosphère. Elle permet surtout de rendre compte des différentes interactions lumineuses entre l'atmosphère et la surface. Hu *et al.* (1999) montrent que l'hypothèse d'un sol lambertien pour la correction atmosphérique conduit à des erreurs relativement importantes sur les BRDF (de l'ordre 2% à 7% pour le visible et le proche infrarouge et parfois jusqu'à 15%). Ils montrent de plus que cette précision est notablement améliorée en supprimant l'hypothèse d'un sol lambertien et en effectuant un couplage itératif entre les BRDF de la surface et le transfert radiatif atmosphérique, conduisant à une erreur moyenne de moins de 1%.

Représenta-
tion de la
topographie

La réflectance d'un couvert végétal varie avec la topographie. Le rayonnement réfléchi par le sol varie en fonction de la pente et de l'azimut par rapport au soleil (*aspect*), ces variations étant déterminées par rapport au même couvert poussant sur un sol horizontal.

Une topographie non horizontale a pour conséquence de perturber la classification du couvert. Plusieurs approches de corrections basées sur une hypothèse de sol lambertien ont été proposées (Holben and Justice, 1980; Justice et al., 1981; Hall-Könyves, 1987). Des études plus détaillées se sont intéressées aux éléments conditionnant le rayonnement réfléchi par une topographie, couverte ou non de végétation, à savoir l'éclairage (solaire direct et diffus du ciel), l'orientation de l'élément de surface (son orientation modifie l'éclairage qu'il reçoit), la contribution du voisinage (rayonnement réfléchi par les voisins, ombres portées). Ces études montrent la nécessité de corriger autant que faire se peut chacun de ces effets (voir par exemple Proy et al. 1989). Plusieurs travaux ont montré que la correction des effets de la topographie est améliorée par la prise en compte de l'atmosphère et l'emploi d'un modèle numérique de

terrain, mais aussi que l'hypothèse lambertienne est une source d'erreurs non négligeable (voir par exemple Conese et al., 1993). Ainsi Smith et al. (1980) montrent que l'hypothèse lambertienne pour un couvert de pin *ponderosa* ne peut pas être appliquée au delà d'une pente de 25° et d'angles d'incidence solaire de moins de 45° .

Afin de pallier les défauts des hypothèses lambertiennes, des modèles permettant de prendre en compte la pente sur laquelle pousse le couvert ont été proposés. Ainsi, Schaaf et al. (1994) ont proposé l'adaptation d'un modèle géométrique (Li and Strahler, 1985), dont les résultats permettent de montrer la dépendance directe des BRDF avec la géométrie soleil-pente, sous l'hypothèse fondamentale que la végétation est verticale quelque soit la pente du terrain considéré. Un algorithme de normalisation des images Landsat TM a été proposé (Gu and Gillepsie, 1998) afin de tenir compte de la verticalité du couvert poussant sur un sol en pente. Du point de vue expérimental, Trotter (1998) a proposé un système permettant de reproduire différentes pentes et configurations d'éclairage, afin de mesurer le rayonnement réfléchi par de petits conifères. C'est à la suite de ces différents travaux que nous proposons un modèle de transfert radiatif, adapté à la restitution des propriétés du couvert végétal (Combal et al., 1999). Ce modèle est présenté dans le chapitre 4.

Le modèle représente le milieu par une couche de feuilles réparties uniformément dans cette couche. Cependant, la distribution spatiale des feuilles dans le couvert n'est pas continue. Les feuilles sont groupées dans chaque houppier, et à l'intérieur de chacun de ces houppiers la densité de feuilles n'est pas uniformément répartie. Knyazikhin et al. (1998) ont employé une distribution fractale de Cantor pour représenter la distribution discontinue des feuilles. Leurs résultats montrent que la non prise en compte de la structure interne de la canopée conduit à des erreurs dans l'estimation du taux de photosynthèse.

Structure et
hétérogénéité
du
couvert

La distribution spatiale des plantes (et donc des houppiers) sur le terrain présente certaines caractéristiques (Ross, 1981) : semis régulier ou non pour les cultures, groupement en bosquet pour les arbres, ou aléatoire. Cette variabilité spatiale a un impact direct sur le rayonnement réfléchi. Ainsi, Ni et al. 1998 montrent que la variance des BRDF d'un couvert discontinu est importante autour du Nadir et dans la direction du *hot spot*. Une étude réalisée par Gerard and North (1997) montre que le rayonnement réfléchi dans la direction de diffusion avant est plus sensible aux variations de la taille et de la fréquence des intervalles entre les arbres. D'après cette étude, les mesures dans la direction du *hot spot* sont peu sensibles aux groupements d'arbres (*clumping*) mais plus sensibles au taux de couverture de la canopée.

L'estimation systématique de l'écart entre mesures et modèle n'est pas aisée, mais on peut cependant réaliser une estimation en comparant les résultats du modèle employé pour réaliser l'inversion à ceux fournis par un modèle très complet (par exemple des modèles détaillés de lancer de rayon).

1.4 Conclusion

Nous avons décrit dans ce chapitre un modèle de transfert radiatif destiné à l'inversion de mesures de télédétection. Plus précisément, il dépend des paramètres de la végétation que l'on doit estimer. Cependant, le nombre réduit de paramètres de ce modèle implique que de nombreuses propriétés de la végétation sont négligées ou simplifiées. Par conséquent, le rayonnement simulé par le modèle ne représente pas complètement celui qui est mesuré, d'où une inadéquation entre les mesures et le modèle.

Une des simplifications les plus importantes, est que nous ne tenons pas compte de l'atmosphère. Cela simplifie le terme de condition limite supérieure (absence de ciel), et le rayonnement réfléchi (absence de diffusion du rayonnement émergeant de la végétation). Cette simplification permet d'une part de réduire le problème de la restitution des paramètres (on ne cherche pas à connaître l'état de l'atmosphère), et d'autre part d'isoler la contribution de la végétation. L'analyse des résultats présentés dans les chapitres 3 et 4 est donc simplifiée, puisque seule la contribution végétale est prise en considération.

Dans ce chapitre, nous avons introduit le concept d'inadéquation entre les mesures et le modèle, que nous avons distingué des erreurs de mesures proprement dites. La différence entre ces deux types d'erreurs dépend de la construction du modèle. Dans le chapitre 5 nous proposerons une estimation chiffrée de l'inadéquation entre mesures et modèle dans le cas particulier d'un modèle de transfert radiatif pour un terrain horizontal employé pour l'inversion de rayonnement réfléchi par une topographie.

Dans le chapitre suivant, nous présentons la formulation du problème inverse ainsi que des techniques de résolution. Les concepts d'erreurs de mesures et d'adéquations entre mesures et modèles prennent place dans cette formulation.

Chapitre 2

Formalisation de l'inversion. Contenu en information

Dans le chapitre précédent, les éléments nécessaires à la restitution des paramètres caractéristiques de la végétation (LAI, réflectance des feuilles, . . .) à partir de mesures radiométriques ont été introduits : les paramètres eux-mêmes, un modèle permettant de simuler les données en fonction des paramètres de la végétation, les données radiométriques, et finalement quelques unes des différentes sources de désaccord entre la mesure et le modèle. Nous présentons ici le cadre théorique du problème inverse. Ce formalisme est basé sur la précision de l'accord (l'ajustement) entre les mesures recueillies et les simulations du modèle et tient compte des différentes sources de désaccord. On déduit de ce formalisme l'algorithme d'inversion. On est aussi amené à définir le contenu en information des mesures afin de pouvoir déterminer si les mesures permettent de restituer les paramètres. Nous proposons l'emploi de la définition de l'information de Fisher utilisable avec un jeu de données discrètes.

2.1 Résolution formelle du problème inverse

Généralement, le concept de problème inverse, tel qu'il est mis en œuvre dans le domaine de la télédétection spatiale, est basé sur un concept de réciprocity entre le modèle direct et l'approximation de sa relation inverse (voir Verstraete et al, 1996 pour une formalisation générale). Ces approches sont construites directement à partir d'un modèle direct g qui permet de simuler le rayonnement mesuré en fonction des paramètres de la végétation. Plus précisément, elles considèrent que le problème inverse consiste seulement à construire la relation inverse g^{-1} du modèle direct. Cependant, cette approche ne discute pas, de manière formelle, la précision avec laquelle les valeurs des paramètres \mathbf{m} peuvent être récupérées.

Dans cette section, nous présentons une définition du problème inverse permettant de considérer l'estimation de la valeur des paramètres et l'évaluation de l'incertitude de ces estimations.

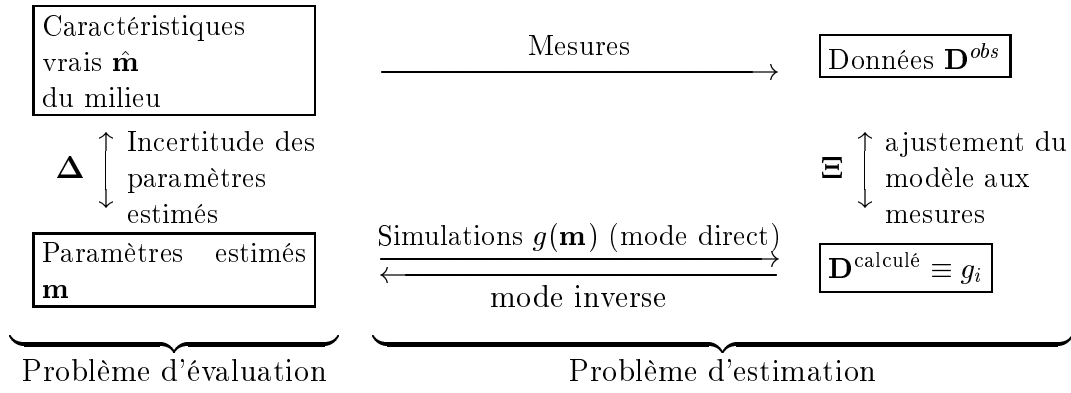


FIG. 2.1 – Schéma représentant le principe du problème inverse.

2.1.1 Définition statistique du problème inverse

Principe de
l'inversion

Usuellement, on désigne par le terme de “problème direct” le calcul des BRF $R(\underline{\Omega}_V)$, en fonction des paramètres \mathbf{m} décrivant le milieu, pour un éclairage $\underline{\Omega}_0$ et des conditions d’observation $\underline{\Omega}_V$ et λ (direction et longueur d’onde de l’observation) :

$$R(\underline{\Omega}_V; \lambda) = g(\mathbf{m}; \underline{\Omega}_0, \underline{\Omega}_V, \lambda) \quad (2.1)$$

Dans cette thèse, nous nous intéressons principalement à des configurations monospectrales, d’où la notation simplifiée $R(\underline{\Omega}_V) \equiv R(\underline{\Omega}_V, \lambda)$.

De plus, pour alléger l’écriture, nous remplacerons $g(\mathbf{m}; \underline{\Omega}_0, \underline{\Omega}_V, \lambda)$ par $\mathbf{g}(\mathbf{m}) = \mathbf{D}^{\text{calculé}} = (g_1, \dots, g_i, \dots, g_{n_{mes}})$, où chaque g_i représente une simulation pour une condition de mesure particulière, *i.e.* pour une position solaire $\underline{\Omega}_0$ une direction $\underline{\Omega}_V$ et une longueur d’onde λ données.

La résolution du problème inverse consiste à déterminer les paramètres caractéristiques $\hat{\mathbf{m}}$ du milieu, à partir d’un ensemble de n_{mes} mesures $\mathbf{D}^{obs} = (R_1, \dots, R_{n_{mes}})$.

Problème
inverse =
estimation
+
évaluation

Le problème inverse complet est constitué de deux parties : un problème d’estimation des données à l’aide d’un modèle, et d’un problème d’évaluation (*appraisal*) des paramètres estimés \mathbf{m} par comparaison avec les données vraies $\hat{\mathbf{m}}$ (Snieder, 1998).

Avant de poursuivre, nous devons donner quelques indications supplémentaires sur la distinction que nous faisons entre les paramètres \mathbf{m} et le modèle g . De nombreux travaux consacrés au problème inverse désignent par le terme de “modèle” les paramètres \mathbf{m} (par exemple Tarantola, 1987 ; Snieder, 1998), et g par le terme d’opérateur. Ainsi, lorsqu’un paramètre est changé, le modèle est changé.

Dans notre cas, nous devons distinguer le modèle, qui présente des particularités de construction, des paramètres qui décrivent le milieu. Ainsi, avec le même vecteur de paramètres \mathbf{m} , nous pouvons écrire le modèle pour un sol horizontal (chapitre 1) ou un modèle tenant compte de la pente du sol (chapitre 4). Notre problème a donc ceci de particulier que les paramètres \mathbf{m} ne décrivent que le milieu, et que la relation fonctionnelle g comprend de nombreux autres paramètres, variables et fonctions mathématiques (voir la

section 4.2 et l'annexe B).

Snieder (1998) considère qu'il est nécessaire d'évaluer le "modèle" \mathbf{m} par comparaison au "modèle vrai" $\hat{\mathbf{m}}$. En effet, il existe une infinité de modèles (au sens large) qui permettent de résoudre le problème d'évaluation (de reproduire les données). D'autre part, les mesures sont affectées d'erreurs, et par conséquent les valeurs \mathbf{m} évaluées sont elles aussi affectées d'une incertitude.

Dans notre cas, cela signifie qu'il faut évaluer la précision Δ des paramètres estimés \mathbf{m} . D'autre part il faut comparer les différents modèles g disponibles, de manière à déterminer ceux qui permettent de résoudre le problème de l'estimation avec la meilleure précision. Ce dernier point pose donc la question de la construction du modèle g et de son adéquation avec les mesures (voir la section 1.3.3). Par exemple, faut-il coupler le modèle végétal à un modèle atmosphérique pour mieux simuler les données? On doit aussi se poser la question du choix des paramètres, comme par exemple les paramètres de l'orientation des feuilles.

Pour couvrir l'ensemble du problème inverse tel que nous l'avons décrit, l'inférence statistique la mieux adaptée semble être l'inférence bayésienne (Demoment, 1989). L'inférence bayésienne comporte deux niveaux d'inférence (MacKay, 1992a). Le premier niveau d'inférence correspond à l'ajustement des données à l'aide d'un modèle, c'est-à-dire à la partie "estimation" du problème inverse. Le résultat de cette inférence est la valeur la plus probable du vecteur de paramètres, assortie d'une barre d'erreur.

Le second niveau d'inférence concerne la comparaison de modèles (voir l'annexe A).

Pour clarifier cette distinction, nous reprenons ici un exemple donné par MacKay (1992a). Il s'agit d'un jeu de données à interpoler. Trois modèles peuvent être utilisés : l'un employant des fonctions splines, une autre utilisant des fonctions radiales, et une dernière méthode mettant en œuvre un réseau de neurones. Au premier niveau d'inférence, chaque modèle est utilisé séparément et ajusté aux données. Le second niveau d'inférence s'intéresse à un classement des différents modèles, par exemple, "les splines sont probablement les meilleurs interpolants" ou "si l'interpolant est représenté sous une forme polynomiale, celle-ci doit être cubique". Le second niveau d'inférence bayésienne constitue la principale différence avec la statistique fréquentielle.

Dans la suite, nous présentons successivement le problème de l'évaluation et celui de l'estimation des paramètres.

Le problème d'estimation est généralement résolu en ajustant les simulations g_i aux mesures \mathbf{D}^{obs} . Cet ajustement doit satisfaire la condition :

$$\mathbf{D}_i^{obs} = \mathbf{g}_i(\mathbf{m}; \underline{\Omega}_V, \lambda) + \Xi_i, \quad \forall i = 1, \dots, n_{mes} \quad (2.2)$$

où Ξ_i désigne l'écart, pour la condition de mesure i , entre les mesures et les simulations, et n_{mes} le nombre de mesures disponibles. L'incertitude Ξ recouvre toutes les sources d'incertitudes, à savoir de mesure ou d'inadéquation entre mesures et modèle (voir sections 1.3.2 et 1.3.3). D'un point de vue pratique,

Estimation
des
paramètres

l'écart entre les mesures et les simulations est évalué sous la forme de la racine de l'écart quadratique moyen (*RMS*, *root mean square*) :

$$\sqrt{\frac{1}{n_{mes}} \sum_{i=1}^{n_{mes}} (g(\mathbf{m})_i - \mathbf{D}_i^{obs})^2} \quad (2.3)$$

La résolution du problème d'évaluation se ramène alors à la minimisation du RMS. Nous discuterons les limites de la validité de cette formulation plus loin.

Évaluation
des
paramètres
 \mathbf{m}

Cependant, une valeur minimale du RMS ne garantit pas que l'incertitude Δ sur les paramètres soit elle aussi minimale. On doit donc procéder à l'évaluation de \mathbf{m} , *i.e.* vérifier qu'il constitue bien une approximation satisfaisante des paramètres "vrais" de la végétation (figure 2.2).

L'évaluation de l'incertitude sur les paramètres se fait d'un point de vue statistique (densité de probabilité), et constitue la véritable approche de formulation et de résolution du problème inverse.

Densité de
probabilité
a posteriori
des
paramètres
 \mathbf{m}

L'approche statistique de la résolution du problème inverse consiste à définir la densité de probabilité *a posteriori* $\sigma_\infty(\mathbf{m})$ des paramètres \mathbf{m} . Généralement, cette densité de probabilité à la forme (Tarantola, 1987) :

$$\sigma_\infty(\mathbf{m}) \propto \exp \left(\underbrace{(\mathbf{g}(\mathbf{m}) - \mathbf{D}^{obs})^T \mathbf{W}^{-1} (\mathbf{g}(\mathbf{m}) - \mathbf{D}^{obs})}_{\text{écart modèle-mesures}} + \underbrace{(\mathbf{m} - \mathbf{m}^*)^T \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{m} - \mathbf{m}^*)}_{\text{écart modèle estimé-modèle } a \text{ priori}} \right) \quad (2.4)$$

La densité de probabilité du vecteur de paramètres \mathbf{m} est conditionnée par l'écart entre le jeu de simulations \mathbf{g} et le jeu de données correspondantes \mathbf{D}^{obs} , ainsi que par l'écart entre le vecteur de paramètres \mathbf{m} et le vecteur des valeurs *a priori* \mathbf{m}^* de ces paramètres. L'exposant T représente l'opérateur de transposition pour un vecteur. On remarque que la formulation générale 2.4 pondère chacune de ces différences par l'inverse des matrices de covariance \mathbf{W}^{-1} et \mathbf{C}^{-1} , correspondant respectivement aux mesures \mathbf{D}^{obs} et aux paramètres *a priori* \mathbf{m}^* . Nous verrons dans la section relative au contenu en information quelles définitions sont données à ces deux matrices dans l'approche développée dans cette thèse. On peut cependant remarquer que ces deux matrices sont carrées. Si elles sont non diagonales, c'est-à-dire si les erreurs de mesures \mathbf{W} ne sont pas indépendantes ou s'il existe des relations entre les informations *a priori*, alors la relation $(\mathbf{g}(\mathbf{m}) - \mathbf{D}^{obs})^T \mathbf{W}^{-1} (\mathbf{g}(\mathbf{m}) - \mathbf{D}^{obs}) + (\mathbf{m} - \mathbf{m}^*)^T \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{m} - \mathbf{m}^*)$ n'est pas une forme quadratique simple.

Limites de
l'étude

La densité de probabilité 2.4 permet de définir un critère d'évaluation des paramètres. La densité $\sigma_\infty(\mathbf{m})$ est un critère permettant de discriminer différents modèles. Cependant, nous nous contentons de l'évaluation de la précision

des paramètres \mathbf{m} . En effet, la comparaison de modèles nécessite plusieurs modèles et des données mesurées, dont nous n'avons pas pu disposer pendant cette thèse. Cependant, nous aborderons le problème du choix de modèle (sans le résoudre complètement). Pour cela, nous procéderons à l'analyse de l'adéquation de modèles avec des "mesures" (en fait des modèles plus complets) de BRF de la végétation sur un terrain en pente (chapitres 4 et 5).

2.1.2 Estimation des paramètres

L'estimation des paramètres \mathbf{m} est effectuée d'une manière différente suivant le degré de linéarité du problème direct g . Dans le cas particulier d'un problème direct linéaire (fig. 2.2.a), l'équation du problème inverse linéaire s'écrit :

$$\mathbf{D}^{obs} = \mathbf{G}\mathbf{m} \quad (2.5)$$

où \mathbf{G} est un opérateur linéaire. La densité de probabilité *a posteriori* des paramètres est une gaussienne si la distribution du bruit est gaussienne (Tarantola, 1987, chapitre1) :

$$\sigma_{\infty}(\mathbf{m}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{n_{mes} \times n_{par}} \det \mathbf{C}_{M'}}} \exp \left(-\frac{1}{2} (\mathbf{m} - \langle \mathbf{m} \rangle)^T \mathbf{C}_{M'} (\mathbf{m} - \langle \mathbf{m} \rangle) \right) \quad (2.6)$$

où $\langle \mathbf{m} \rangle = (\mathbf{G}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{G} + \mathbf{C}^{-1})^{-1} (\mathbf{G}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{D}^{obs} + \mathbf{C}^{-1} \mathbf{m}^*)$ est la valeur centrale de cette gaussienne, et $\mathbf{C}_{M'} = (\mathbf{G}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{G} + \mathbf{C}^{-1})^{-1}$ est son opérateur de covariance. La valeur de $\langle \mathbf{m} \rangle$ maximise la densité de probabilité définie par l'équation 2.6, et donc minimise le terme quadratique dans l'exponentielle de l'équation 2.6.

Dans le cas d'un modèle pratiquement linéaire (fig. 2.2.b), on peut linéariser le modèle g autour de l'estimation *a priori* ($\mathbf{m}_{prior} \equiv \mathbf{m}^*$) de la solution : $\mathbf{D}^{obs} \approx g(\mathbf{m}^*) + G_0(\mathbf{m} - \mathbf{m}^*)$ où G_0 est l'opérateur linéaire correspondant au modèle g . On suppose que les termes de second ordre de la linéarisation sont négligeables face aux erreurs de mesures et de modélisation. Dans le cas d'un modèle non linéaire, la densité de probabilité $\sigma_{\infty}(\mathbf{m})$ n'est pas gaussienne (éq. 2.4). La densité $\sigma_{\infty}(\mathbf{m})$ s'éloigne d'autant plus de la forme d'une gaussienne que la non linéarité du modèle $g(\mathbf{m})$ est importante.

La figure 2.3 représente schématiquement deux cas de différents degrés de non linéarité. Le cas de la figure 2.3.a est celui pour lequel il n'est pas possible de linéariser g autour de l'estimation *a priori* \mathbf{m}^* , mais où le problème direct n'est pas trop "éloignée" d'un modèle non linéaire. Dans un tel cas, on recherche à l'aide d'une méthode itérative (du type quasi Newton) le maximum de vraisemblance \mathbf{m}_{ML} (*maximum likelihood*) de la densité de probabilité $\sigma(\mathbf{m}_{ML})$, puis de linéariser $g(\mathbf{m})$ autour de \mathbf{m}_{ML} afin d'estimer *a posteriori* l'opérateur de covariance. Il n'existe pas de méthode générale pour résoudre le problème inverse dans le cas d'un modèle direct g extrêmement non linéaire (fig. 2.3.b).

Nous supposons que le problème direct du transfert radiatif dans la végétation est comparable au cas présenté sur la figure 2.3.a, *i.e.* que la non-linéarité

Problème
linéaire

Problème
direct non
linéaire

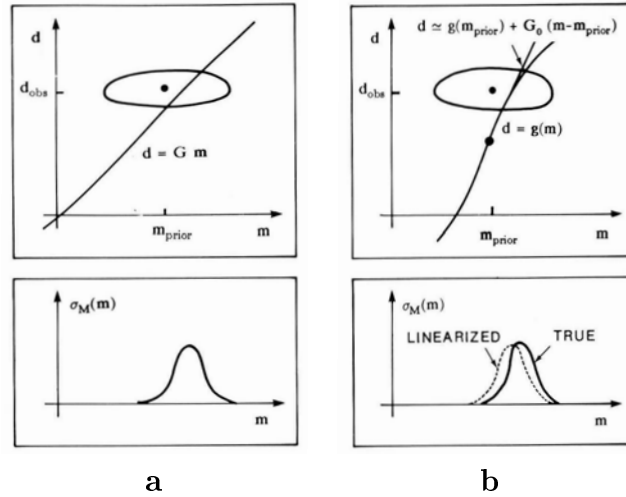


FIG. 2.2 – Densité de probabilité des paramètres \mathbf{m} d'un modèle G linéaire (a) et quasi linéaire (b). La densité de probabilité d'un modèle linéaire est supposée gaussienne. Pour chaque figure, la partie supérieure représente la densité de probabilité *a priori* dans l'espace de phase $\mathbf{D} \times \mathbf{m}$, ainsi que les relations $\mathbf{d} = G\mathbf{m}$ ou $d = g(\mathbf{m})$. La partie inférieure représente la densité de probabilité *a posteriori* $\sigma_\infty(\mathbf{m})$. D'après Tarantola (1987).

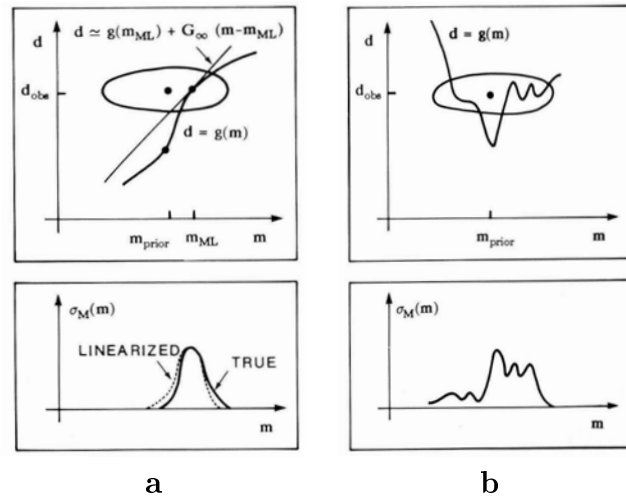


FIG. 2.3 – Densité de probabilité des paramètres \mathbf{m} de modèles $g(\mathbf{m})$ de non linéarité croissante. Mêmes commentaires que la figure 2.2. D'après Tarantola (1987).

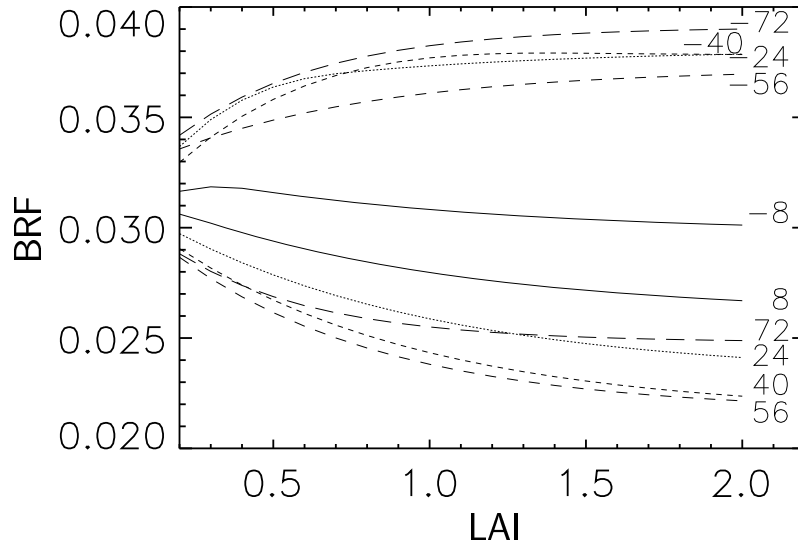


FIG. 2.4 – Représentation des facteurs de réflectance bidirectionnelle pour 10 angles zénithaux d’observation θ_V dans le plan solaire (positifs pour la diffusion avant, négatifs pour les directions de rétrodiffusion) en fonction du LAI du couvert. Les angles sont $\theta_V = \pm 8^\circ, \pm 24^\circ, \pm 40^\circ, \pm 56^\circ, \pm 72^\circ$. Les BRF ne varient pas linéairement avec le LAI.

n’est pas trop prononcée. Les figures 2.4 et 2.5 montrent la BRF du couvert en fonction du LAI et de l’orientation des feuilles, respectivement. On peut raisonnablement considérer notre modèle de transfert radiatif comme proche des cas représentés par les figures 2.2b et 2.3a.

La solution du problème inverse dépend directement de la forme de la distribution de l’erreur expérimentale ainsi que de l’incertitude sur l’information *a priori*. Tarantola (1987) utilise une forme généralisée de gaussienne d’ordre p pour décrire ces distributions. Ces formes généralisées permettent de décrire une grande variété de formes de distribution. On fait l’hypothèse que chaque mesure \mathbf{D}_i^{obs} peut être estimée avec une erreur ε_{D_i} . La fonction de densité correspondante est proportionnelle à :

Gaussiennes
généralisées

$$\prod_{i=1, n_{mes}} \exp\left(-\frac{1}{p} \frac{|R_i - \mathbf{D}_i^{obs}|^p}{(\varepsilon_{D_i})^p}\right) \quad (2.7)$$

De la même manière, les valeurs *a priori* \mathbf{m}^* des paramètres sont estimées avec une incertitude ε_{m_i} . Il en résulte que la fonction de densité *a priori* est proportionnelle à :

$$\prod_{i=1, n_{par}} \exp\left(-\frac{1}{p} \frac{|\mathbf{m}_i - \mathbf{m}_i^*|^p}{(\varepsilon_{m_i})^p}\right) \quad (2.8)$$

Finalement, la densité de probabilité généralisée dans l’espace des paramètres \mathbf{m} s’écrit (Tarantola, 1987) :

$$\sigma(\mathbf{m}) \propto \exp\left(-\frac{1}{p} \left(\sum_{i=1}^{n_{mes}} \frac{|g(\mathbf{m})_i - \mathbf{D}_i^{obs}|^p}{(\varepsilon_{D_i})^p} + \sum_{i=1}^{n_{par}} \frac{|\mathbf{m}_i - \mathbf{m}_i^*|^p}{(\varepsilon_{m_i})^p} \right)\right) \quad (2.9)$$

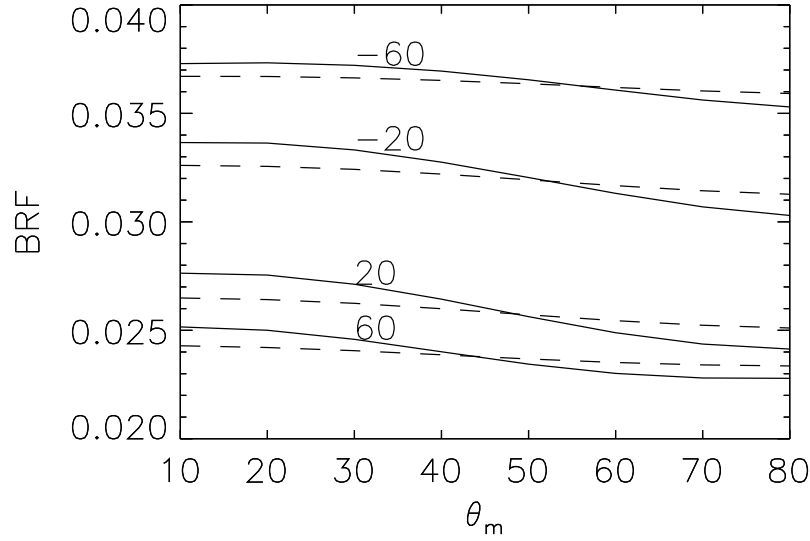


FIG. 2.5 – Représentation des facteurs de réflectance bidirectionnelle pour 4 angles zénithaux d’observation θ_V dans le plan solaire (positifs pour la diffusion avant, négatifs pour les directions de rétrodiffusion) en fonction de l’orientation θ_m des feuilles, pour $\epsilon = 0.7$ (ligne en pointillé) et $\epsilon = 0.9$ (ligne continue). Les angles sont $\theta_V = \pm 20^\circ, \pm 60^\circ$.

Le maximum de vraisemblance \mathbf{m}_{ML} maximise $\sigma(\mathbf{m})$, *i.e.* minimise :

$$S(\mathbf{m}) = \frac{1}{p} \left(\sum_{i=1}^{n_{mes}} \frac{|g(\mathbf{m})_i - \mathbf{D}_i^{obs}|^p}{(\varepsilon_{D_i})^p} + \sum_{i=1}^{n_{par}} \frac{|\mathbf{m}_i - \mathbf{m}_i^*|^p}{(\varepsilon_{m_i})^p} \right) \quad (2.10)$$

qui correspond à la minimisation d’une norme l_p . Le cas présenté précédemment (éq. 2.4) correspond à une norme l_2 . Nous pouvons examiner ici deux cas particulier de normes, les normes l_1 et l_∞ .

Pour $p = 1$, on doit minimiser la quantité :

$$S(\mathbf{m}) = \sum_{i=1}^{n_{mes}} \frac{|g(\mathbf{m})_i - \mathbf{D}_i^{obs}|}{\varepsilon_{D_i}} + \sum_{i=1}^{n_{par}} \frac{|\mathbf{m}_i - \mathbf{m}_i^*|}{\varepsilon_{m_i}} \quad (2.11)$$

Pour $p \mapsto \infty$, le problème de minimisation est équivalent à la minimisation du maximum de :

$$\left[\frac{|g(\mathbf{m})_i - \mathbf{D}_i^{obs}|}{\varepsilon_{D_i}} \quad (i = 1, \dots, n_{mes}); \frac{|\mathbf{m}_i - \mathbf{m}_i^*|}{\varepsilon_{m_i}} \quad (i = 1, \dots, n_{par}) \right] \quad (2.12)$$

Le cas de la norme l_∞ est connu sous le nom du critère “minimax” (Tarantola, 1987).

On observe que le poids des incertitudes ε_D et ε_m varie suivant le choix de la norme, ainsi que la forme de la fonction $S(\mathbf{m})$. Par conséquent, la solution estimée du problème inverse, ainsi que l’incertitude correspondante sont sensibles au choix de la forme du bruit. L’intérêt des gaussiennes généralisées est d’offrir un large choix de distribution de bruit, facile à mettre en œuvre.

En toute rigueur, il faudrait donc déterminer quelle forme de bruit correspond le mieux au problème que l’on traite. Ce travail de thèse n’aborde que la

minimisation d'une norme l_2 qui correspond à la forme la plus traditionnelle de traitement du problème inverse. Cependant, rien ne prouve que ce choix de norme est le meilleur pour traiter des données de télédétection.

2.2 Algorithme de résolution du problème inverse dans l_2

2.2.1 Approche générale

La densité de probabilité *a posteriori* $\sigma_\infty(\mathbf{m})$ doit être maximale de manière à ce que l'estimation des paramètres \mathbf{m} soit la plus fiable possible. La quantité

$$S(\mathbf{m}) = (\mathbf{g}(\mathbf{m}) - \mathbf{D}^{obs})^T \mathbf{W}^{-1} (\mathbf{g}(\mathbf{m}) - \mathbf{D}^{obs}) + (\mathbf{m} - \mathbf{m}^*)^T \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{m} - \mathbf{m}^*) \quad (2.13)$$

doit donc être minimale.

Dans le cas particulier d'un problème linéaire, avec l'hypothèse d'erreurs indépendantes (*i.e.* non corrélées, les matrices \mathbf{W} et \mathbf{C} sont alors diagonales), l'équation 2.13 peut être ramenée à la forme quadratique (désignée sous le nom de moindres carrés) :

Problème
direct
linéaire

$$S(\mathbf{m}) = \sum_{i=1}^{n_{mes}} \left(\frac{\mathbf{g}(\mathbf{m})_i - \mathbf{D}_i^{obs}}{\varepsilon_{D_i}} \right)^2 + \sum_{j=1}^{n_{par}} \left(\frac{\mathbf{m}_j - \mathbf{m}_j^*}{\varepsilon_{m_j}} \right)^2 \quad (2.14)$$

où n_{mes} désigne le nombre de mesures et de simulations correspondantes, n_{par} est le nombre de paramètres du modèle g , $\varepsilon_{D_i} = \sqrt{\{\mathbf{W}\}_{ii}}$ est l'incertitude (l'écart type) sur la $i^{\text{ème}}$ mesure, et $\varepsilon_{m_j} = \sqrt{\{\mathbf{C}\}_{jj}}$ est l'incertitude sur l'estimation *a priori* du paramètre m_j^* . Dans la plupart des cas, la relation 2.14 est exprimée sous la forme d'une fonction coût à laquelle est ajouté un terme empirique permettant de traiter le problème sous contrainte. Dans le cas linéaire, l'estimation des paramètres à l'aide des moindres carrés présente une variance minimale quel que soit la forme de la densité de probabilité de \mathbf{D}^{obs} et \mathbf{m}^* (Tarantola, 1987, chapitre 4 : *The Gauss–Markoff theorem (see, for instance, Plackett¹, 1949, or Rao, 1973²) shows that, for linear problems, the least-squares estimator has minimum variance among all the estimators which are linear functions of \mathbf{D}^{obs} and \mathbf{m}^* , irrespectively of the particular form of the probability density functions of the random variables \mathbf{D} and \mathbf{m} ³). C'est pourquoi la norme l_2 est préférable dans le cas linéaire. Bien que l'emploi des moindres carrés soit pleinement justifiés dans le cas linéaire, ce n'est pas forcément vrai pour un problème non linéaire. Cependant, nous choisissons d'utiliser cette norme pour traiter le problème qui nous intéresse, car la non linéarité "n'est*

¹Tarantola donne seulement la référence : Plackett, R.L., 1972. Studies in the history of probability and statistics; chapter 29, The discovery of the method of least squares, Biometrika, 59, 239-251.

²Rao, C.R., 1973. Linear statistical inference and its applications, Wiley.

³Les notations d'origine sont \mathbf{d}_{obs} pour \mathbf{D}^{obs} , \mathbf{D} pour \mathbf{D} , \mathbf{m}_{prior} pour \mathbf{m}^* et \mathbf{m} pour \mathbf{m} .

pas trop prononcée” (Fig. 2.4 et 2.5).

Problème
direct non
linéaire

Le minimum de 2.13 est défini par :

$$\frac{\partial S(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} = \mathbf{U}^T \mathbf{W}^{-1} (\mathbf{g}(\mathbf{m}) - \mathbf{D}^{obs}) + \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{m} - \mathbf{m}^*) = 0 \quad (2.15)$$

où \mathbf{U} est la matrice $n_{mes} \times n_{par}$ de sensibilités des mesures aux paramètres de végétation :

$$\{\mathbf{U}\}_{ij} = \frac{\partial g_i}{\partial m_j} \quad (2.16)$$

Dans le cadre de cette thèse, afin de contraindre les paramètres \mathbf{m} à être définis positifs, les grandeurs g et \mathbf{m} sont remplacés par leur logarithme, d’où :

$$\begin{aligned} \{\mathbf{U}\}_{ij} &= \frac{\partial \ln g_i}{\partial \ln m_j} \\ &= \left. \frac{\ln g(m_1, \dots, m_j + \delta m_j, \dots, m_{npar}) - \ln g(m_1, \dots, m_n)}{\ln(m_j + \delta m_j) - \ln m_j} \right|_{\mathbf{m} \neq j} \end{aligned} \quad (2.17)$$

De manière générale, le minimum de la fonction (*i.e.* le zéro de son gradient) est déterminé de manière itérative, à l’aide d’une méthode du type “Newton”. Il s’agit d’un algorithme itératif convergeant vers la solution \mathbf{m}_∞ du problème :

$$\mathbf{m}_{n+1} = \mathbf{m}_n - \left(\frac{\partial^2 S}{\partial \mathbf{m}^2} \right)_{\mathbf{m}_n}^{-1} \left(\frac{\partial S}{\partial \mathbf{m}} \right)_{\mathbf{m}_n} \quad (2.18)$$

où $(\partial^2 S / \partial \mathbf{m}^2)_{\mathbf{m}_n}$ est la matrice hessienne (matrice des dérivées secondes du modèle g par rapport aux paramètres \mathbf{m}). L’algorithme 2.18 ne requiert pas une estimation précise de la matrice hessienne, une approximation linéaire se révélant suffisante (Tarantola, 1987) :

$$\left(\frac{\partial^2 S}{\partial \mathbf{m}^2} \right)_{\mathbf{m}_n} \approx \mathbf{U}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{U} + \mathbf{C}^{-1} \quad (2.19)$$

L’algorithme de Newton s’écrit alors :

$$\mathbf{m}_{n+1} = \mathbf{m}_n - (\mathbf{U}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{U} + \mathbf{C}^{-1})^{-1} \left(\mathbf{U}^T \mathbf{W}^{-1} (\mathbf{g}(\mathbf{m}) - \mathbf{D}^{obs}) + \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{m} - \mathbf{m}^*) \right) \quad (2.20)$$

Conformément à ces hypothèses, on démontre (Tarantola, 1987) que la matrice de covariance des solutions \mathbf{m}_∞ (*i.e.* atteinte après un nombre infini d’itérations) est :

$$(\mathbf{U}_\infty^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{U}_\infty + \mathbf{C}^{-1})^{-1} \quad (2.21)$$

La racine carrée de l’opérateur de covariance *a posteriori* (éq. 2.21) correspond à la variance (“barre d’erreur”) des paramètres estimés \mathbf{m}_∞ .

Condition-
nement de
la matrice
hessienne

L’approximation de la matrice hessienne $\mathbf{U}_\infty^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{U}_\infty + \mathbf{C}^{-1}$ conditionne la convergence de l’algorithme 2.20 car le calcul de son inverse peut présenter des difficultés. Nous serons donc amené à vérifier le bon conditionnement de cette matrice (Tarantola, 1987, section 4.3.4).

2.2.2 Facteurs limitant l'estimation

Dans la section 2.1.2, nous avons défini la solution formelle du problème inverse. Cependant, l'obtention de cette solution est souvent difficile en pratique, *i.e.* entachée d'une erreur parfois très importante. Dans cette section, nous cherchons à identifier les raisons fondamentales pour lesquelles le problème inverse est généralement difficile voire impossible à résoudre. Nous désirons donc connaître les raisons des limites de la résolution du problème et les solutions que l'on peut éventuellement apporter.

Plusieurs auteurs considèrent que le problème inverse est un problème mal posé (*ill-posed*), avec le sens donné par Hadamard à ce terme (Bertero et al., 1980; Sneider, 1998). En fait, Hadamard a introduit le concept de problème bien posé dans le cadre de la résolution d'équations différentielles. Un problème est dit bien posé si et seulement si sa solution existe, est unique et dépend continûment des données choisies (Garabedian, 1964, chapitre 4).

Le problème inverse est un problème mal posé en deux sens (Demoment and Idier, 1999) :

- le problème inverse n'a pas forcément une solution unique, mais un ensemble \mathcal{K} de solutions ;
- les données présentent des fluctuations. Elles ont pour origine non seulement l'incertitude expérimentale, mais aussi le fait que la mesure n'est pas reproductible (ce qui est particulièrement vrai en télédétection).

Le deuxième point énoncé ci-dessus a deux conséquences. La première est que, en raison de l'incertitude, on élargit la classe \mathcal{K} de solutions admissibles (Demoment and Idier, 1999). Une autre conséquence est qu'on introduit alors des fluctuations qui, dans le cas d'un problème mal posé, a pour conséquence d'entraîner de grandes variations sur la solution (Bertero et al., 1980, *As clearly stated by Courant and Hilbert*⁴ “*the third requirement, particularly incisive, is necessary if the mathematical formulation is to describe observable natural phenomena. Data in nature cannot possibly be conceived as rigidly fixed; the mere process of measuring them involves small errors. Therefore a mathematical problem cannot be considered as realistically corresponding to physical phenomena unless a variation of the given data in a sufficiently small range leads to an arbitrary small change in the solution. This requirement of “stability” is not only essential for meaningful problems in mathematical physics, but also for approximation methods*”).

Très souvent, le problème inverse est exprimé numériquement sous la forme d'un système d'équations à résoudre ou sous la forme d'une matrice. Le fait que le problème soit mal posé a comme conséquence que les matrices utilisées sont mal conditionnées, ce qui conduit inévitablement à des problèmes numériques. Par exemple, les équations de Fredholm de première espèce sont généralement très mal conditionnées (Press et al., 1992). Dans ce problème, il s'agit de déterminer une fonction $f(s)$ à partir de l'intégrale $g(t) = \int_a^b K(t, s)f(s)ds$

⁴Courant R. and Hilbert D., *Methods of mathematical physics*, vol. 2, Interscience, New York, 1962

Problème
mal posé

Définition
générale du
problème
mal posé

Matrice mal
condition-
née

(K est appelé *kernel*, ou noyau). Cette relation est exprimée sous la forme d'un système d'équations, de manière à déterminer la solution $\mathbf{f} = \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{g}$. Le produit d'une fonction par le *kernel* a généralement pour effet de lisser le résultat. La solution nécessitant d'inverser l'opérateur *kernel* est donc très sensible aux variations (et donc aux erreurs) des entrées. Le lissage contribue à la perte d'information qui ne peut pas être restituée autrement qu'en ajoutant une information complémentaire *a priori* (Bertero et al., 1980; Press et al., 1992).

Dans notre cas, le problème inverse s'écrit sous la forme d'un système d'équations (au moins une équation pour chaque inconnue). La méthode de résolution (voir la section 2.2) est basée sur la résolution du système d'équations, exprimé sous une forme matricielle. Ce système est modifié itérativement de manière à converger vers la solution.

Le bon conditionnement d'une matrice peut être estimé à l'aide d'un nombre de conditionnement $\text{cond}(\mathbf{A})$ de la matrice \mathbf{A} , défini par $\text{cond}(\mathbf{A}) = \sqrt{\Lambda_1/\Lambda_n}$, $1 < \text{cond}(\mathbf{A}) < \infty$, où Λ_1 et Λ_n sont les valeurs propres maximales et minimales de \mathbf{A} , respectivement. La matrice \mathbf{A} est supposée symétrique, ses valeurs propres sont donc réelles et positives. Si $\text{cond}(\mathbf{A})$ est suffisamment petit (proche de 1), alors \mathbf{A} est bien conditionnée (Young and Gregory, 1973). Un nombre $\text{cond}(\mathbf{A})$ élevé indique que lorsqu'on résout le système d'équations $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}$, une petite perturbation de \mathbf{y} implique une grande variation de la solution \mathbf{x} .

2.2.3 Améliorations de l'algorithme d'estimation

2.2.3.1 Stabilité de l'inverse de la matrice hessienne

L'algorithme de quasi Newton présenté dans la section précédente est à la base de la plupart des algorithmes de minimisation. L'estimation de la matrice hessienne constitue la principale difficulté de cet algorithme, qu'il s'agisse d'estimer effectivement ($\partial^2 S / \partial \mathbf{m}^2$) ou une approximation (c.f. équation 2.19). Bien que l'approximation (2.19), qui correspond à la matrice de Fisher, soit plus facile à estimer que ($\partial^2 S / \partial \mathbf{m}^2$), elle présente tout de même l'inconvénient d'être généralement mal conditionnée. Il en résulte que le calcul de la matrice de Fisher n'est pas possible ou imprécis. Étant donné que l'inverse de la matrice de Fisher fait partie de l'algorithme de quasi Newton (éq. 2.20), un problème dans son évaluation peut empêcher d'atteindre la solution. Pour pallier ce problème, Dubovik *et al.* (1995) proposent de remplacer l'approximation 2.19 par le vecteur \mathbf{H}_q défini à chaque itération par :

$$\mathbf{H}_{qii'} = \left(\sum_{k=1}^n \left| \left\{ \mathbf{U}_q^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{U}_q + \mathbf{C}^{-1} \right\}_{ik} \right| \right)^{-1} \delta_{ii'} \quad (2.22)$$

Cette formulation offre l'avantage de garantir la possibilité et la précision du calcul de \mathbf{H}^{-1} quelque soit la valeur de la matrice de Fisher. L'inconvénient du remplacement de $\mathbf{U}_q^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{U}_q + \mathbf{C}^{-1}$ par \mathbf{H}_q^{-1} est que la convergence est plus lente (S. Ochshepkov, communication personnelle).

2.2.3.2 Ajout d'informations *a priori*

Dans le cas d'un problème mal posé, l'amélioration de la méthode numérique de résolution du problème inverse ne permet pas à elle seule d'améliorer la précision des estimations. La méthode la plus efficace consiste à introduire des informations supplémentaires (Bertero et al., 1980). Si les informations ajoutées sont suffisantes, celles-ci doivent permettre de pallier le mauvais conditionnement du problème. Il s'agit essentiellement de réduire la classe de solutions admissibles.

Les informations *a priori* comme "remède" aux problèmes mal posés

En général, il s'agit de fournir une estimation de la valeur d'un ou plusieurs paramètres à restituer associée à l'incertitude correspondante de cette estimation. Il faut noter que cette notion d'information *a priori* est à distinguer de la valeur de première itération (*first guess*). Bien que la valeur de l'itération de départ joue un rôle important sur la convergence de l'algorithme de résolution (surtout à cause de la présence de minimums locaux de la fonction $S(\mathbf{m})$ à minimiser), l'information *a priori* joue un rôle tout à fait différent, dans le sens où l'on impose une approximation du résultat, à une incertitude près.

L'information *a priori* provient de l'expérience personnelle du physicien (connaissance du terrain, anticipation du résultat au moyen d'autres observations, ...), d'une autre méthode d'estimation de certains paramètres, ...

L'information *a priori* peut se présenter sous différentes formes. En ce qui concerne la valeur des paramètres, elle est représentée par le vecteur \mathbf{m}^* et la matrice \mathbf{C} de covariance des estimations \mathbf{m}^* . C'est aussi une manière élégante permettant de se passer de contraintes sur la valeur des paramètres. Par exemple, la contrainte de positivité des paramètres est traitée ici au moyen d'une distribution log-normale, ce qui interdit toute valeur négative.

Une méthode par contrainte aurait été écrite à l'aide d'une rupture de séquence (IF ... THEN dans la plupart des langages procéduraux) comme représenté sur la figure 2.6. La difficulté est d'assigner une nouvelle valeur pour chacun des paramètres, sachant que la modification brutale de la valeur d'un paramètre en cours d'itération altère forcément la valeur des autres paramètres (puisque le problème direct est non linéaire). La nouvelle valeur donnée au paramètre lorsqu'il franchit une borne est particulièrement importante pour permettre la convergence : faut-il lui donner la valeur de la borne, la valeur initiale du paramètre (*first guess*) ou une valeur arbitraire? Le choix *a priori* étant particulièrement difficile à trancher, la meilleure solution est donc d'éviter de se placer dans une telle situation! Dans le cas d'emploi de certains algorithmes de minimisation, les contraintes doivent être formulées explicitement, comme par exemple les routines de la librairie NAG : E04JAF, E04KCF, E04KDF, E04LAF, E04LBF, E04MFF, E04NCF, E04NFF, E04UCF, E04UPF (NAG, 1993).

2.2.3.3 Minimisation d'une fonction coût à l'aide d'un algorithme général de minimisation

La plupart des algorithmes d'inversion utilisés dans le domaine de la télédétection spatiale proposent la minimisation d'une fonction coût proche de celle représentée par l'équation 2.14. Ces approches font donc implicitement l'hypo-

```

IF (m(i).LT.0) THEN
  m(i)=new_sup(i)
ENDIF
:
IF (m(i).GT.borne_sup)
THEN
  (m(i)=new_sup(i))
ENDIF

```

FIG. 2.6 – Exemple d’algorithme de traitement des contraintes

thèse de l’indépendance des mesures et des erreurs qui leur sont associées. Ces méthodes mettent en œuvre une régularisation empirique du problème inverse. Dans la plupart des cas, la partie $(\mathbf{m} - \mathbf{m}^*)^T \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{m} - \mathbf{m}^*)$ de l’équation 2.4 est remplacée par une fonction *ad-hoc* $f(\mathbf{m})$ souvent appelée fonction pénalité. La fonction résultante à minimiser, souvent appelée fonction coût est de la forme :

$$F(\mathbf{m}) = \sum_{k=1}^{n_{mes}} w_k [\mathbf{D}^{obs} - g(\mathbf{m})]^2 + \underbrace{f(\mathbf{m})}_{\substack{\text{Fonction} \\ \text{pénalité}}} \quad (2.23)$$

Par exemple, Liang et Strahler (1993) proposent la fonction pénalité $f(\mathbf{m}) = 10^{20} \sum |g_i(\mathbf{m})|$ qui représente la somme des contraintes violées à une itération donnée. Ainsi, une contrainte peut être que l’albédo de diffusion simple doit être compris entre 0 et 1.

Certains auteurs adaptent la fonction 2.23 à leur besoins, par exemple en normalisant les valeurs des réflectances. Par exemple, Nilson et Kuusk (1989), et plus récemment Bicheron et Leroy (1999) proposent la fonction coût : $F(\mathbf{m}) = \sum_{k=1}^{n_{mes}} (R_k^* - R_k)^2 / \bar{R} + \sum_{j=1}^{n_{par}} ((\mathbf{m} - \mathbf{m}^*)^2 w_j)^2$. On note qu’une telle formulation est différente de l’équation 2.14, par le choix des termes \bar{R} et w_j au lieu des matrices de covariance des mesures et des simulations.

Le formalisme théorique est donc fréquemment modifié pour répondre à certains besoins. Cela présente l’avantage de pouvoir exprimer facilement toute sortes de contraintes à l’aide de la fonction de pénalité. Cependant trois inconvénients majeurs doivent être soulignés.

Le premier inconvénient est que la modification de la forme de la fonction à minimiser ne respecte pas toujours la forme d’une gaussienne généralisée. Par conséquent, la forme de la densité de probabilité *a posteriori* $\sigma(\mathbf{m})$ des paramètres est modifiée. L’avantage de l’emploi d’une distribution d’erreur de type gaussien se résume par deux propriétés de cette distribution : le bruit est nul en moyenne et la fréquence des erreurs diminue avec leurs amplitudes (*i.e.* on a plus de chances d’observer un petit bruit qu’un grand) (Demoment and Idier, 1999). Le fait d’apporter des modifications “brutales” peut éventuellement modifier ces deux propriétés. Par exemple, l’équation 2.23 avec $f(\mathbf{m}) = 10^{20} \sum |g_i(\mathbf{m})|$ ne correspond pas à une forme gaussienne et indique

que le bruit décroît très vite (à cause du 10^{20}), instaurant une coupure de la distribution au delà des valeurs limites fixées pour par les paramètres.

Un autre inconvénient est que les fonctions de coût $f(\mathbf{m})$ modifiées de manière empirique doivent souvent être minimisées à l’aide d’algorithmes généraux comme par exemple ceux fournis par la bibliothèque NAG (NAG, 1993; Maggion, 1995). Ces routines sont très générales et mettent donc en œuvre de nombreuses méthodes d’analyses afin de pouvoir résoudre la plupart des cas. Elles sont donc utilisées en “boîtes noires”, c’est-à-dire sans que l’utilisateur puisse contrôler le bon déroulement numérique des opérations. Bien entendu, en pratique, ces modifications n’ont pas forcément une incidence importante. De plus, leur choix est toujours motivé par des raisons pratiques. Cependant, ces “entorses” à la formulation théorique peuvent se révéler gênantes si l’on désire évaluer d’autres grandeurs comme la précision des paramètres. Ainsi, si la fonction de pénalité joue le rôle des informations *a priori*, comment doit-on en tenir compte dans l’évaluation de la précision des paramètres estimés ? Plus précisément, la fonction $f(\mathbf{m})$ est généralement choisie de manière à avoir une valeur numérique très importante quand \mathbf{m} est proche de sa limite, et nulle si \mathbf{m} a une valeur acceptable. Si l’inversion est réussie, la valeur de $f(\mathbf{m})$ est nulle, mais cependant elle a joué un rôle d’information très important pour la convergence des paramètres. En conséquence, il est difficile d’estimer l’incertitude sur les paramètres inversés.

Le troisième inconvénient concerne la multiplicité des solutions. En effet, plusieurs solutions du problème inverse sont admissibles. Par exemple, Knyazikhin et al. (1998) proposent de déduire une solution à partir de la fonction de distribution de l’ensemble des solutions admissibles. Or, si la fonction coût à minimiser a été modifiée (par rapport au formalisme général, il y a de fortes chances que la distribution de l’ensemble des solutions soit elle aussi modifiée.

D’autres algorithmes que ceux décrits dans cette thèse permettent d’estimer les paramètres \mathbf{m} plus efficacement, comme les tables de recherche (*lookup table*) ou les réseaux de neurones. Ces deux approches sont souvent utilisées dans un mode opérationnel. Malgré la meilleure efficacité de ces algorithmes, nous nous contentons de celui décrit précédemment (section 2.2), car notre objectif n’est pas de restituer des paramètres, mais plutôt d’évaluer leur estimation. La méthode d’évaluation ne dépend pas de la méthode d’estimation.

2.3 Définition du contenu en information

La méthode de résolution du problème inverse — qui a été introduite d’un point de vue général dans la section précédente — ne permet pas à elle seule de se placer dans le cas le plus favorable pour extraire des propriétés statistiques du milieu observé. Plus précisément, il est nécessaire de choisir des conditions de mesures pour lesquelles la probabilité d’obtenir les paramètres avec la meilleure précision soit maximale. Ceci est résumé par le terme de “contenu en information” des mesures.

2.3.1 Définition de l'information au sens de Fisher

Définition
continue de
l'informa-
tion

La notion d'information est généralement abordée en théorie de l'information à l'aide de la définition de la quantité d'information, définie par Shannon⁵. Lorsque la distribution de probabilité $\sigma(\mathbf{m})$ de \mathbf{m} est gaussienne

$$\sigma(\mathbf{m}) = \frac{1}{(2\pi)^{n_{mes} \times n_{par}/2} \sqrt{\text{Det} \mathbf{W}}} \exp \left((\mathbf{m} - \tilde{\mathbf{m}})^T \mathbf{W}^{-1} (\mathbf{m} - \tilde{\mathbf{m}}) \right) \quad (2.24)$$

la quantité d'information de Shannon \mathcal{H} est exprimée par (MacKay, 1992b) :

$$\mathcal{H} \equiv - \int \sigma(x) \ln \sigma(x) dx \quad (2.25)$$

Cette définition est également adoptée, par exemple, par Tarantola (1987).

Pour calculer le contenu en information de Shannon pour $\sigma_\infty(\mathbf{m})$, il est nécessaire de faire une approximation linéaire du modèle autour du maximum de vraisemblance $\tilde{\mathbf{m}}$. Cela signifie qu'autour de ce maximum, la distribution est approximativement une gaussienne :

$$\sigma_\infty(\mathbf{m}) = A \exp \left(\left[(\mathbf{m} - \tilde{\mathbf{m}}) \left(\frac{\partial g(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} \right)_{\tilde{\mathbf{m}}} \right]^T \mathbf{W}^{-1} \left(\frac{\partial g(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} \right)_{\tilde{\mathbf{m}}} (\mathbf{m} - \tilde{\mathbf{m}}) \right) \quad (2.26)$$

où A est le terme de normalisation tel que :

$$\int_{-\infty}^{\infty} \sigma(\mathbf{m}) d\mathbf{m} = 1 \quad (2.27)$$

Nous notons $\mathbf{F} \equiv \left(\frac{\partial g(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} \right)_{\tilde{\mathbf{m}}}^T \mathbf{W}^{-1} \left(\frac{\partial g(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} \right)_{\tilde{\mathbf{m}}}$.

Nous avons donc $A = [(2\pi)^{n/2} \text{Det} \mathbf{F}^{-1}]^{-1}$.

Si nous calculons le contenu en information de Shannon en tenant compte de l'approximation 2.26, nous avons (Sawa, 1979) :

$$\begin{aligned} \mathcal{H} &= - \int_{-\infty}^{\infty} A \exp \left((\mathbf{m} - \tilde{\mathbf{m}})^T \mathbf{F} (\mathbf{m} - \tilde{\mathbf{m}}) \right) \left((\mathbf{m} - \tilde{\mathbf{m}})^T \mathbf{F} (\mathbf{m} - \tilde{\mathbf{m}}) + \ln A \right) d\mathbf{m} \\ &= - \int_{-\infty}^{\infty} A (\mathbf{m} - \tilde{\mathbf{m}})^T \mathbf{F} (\mathbf{m} - \tilde{\mathbf{m}}) \exp \left((\mathbf{m} - \tilde{\mathbf{m}})^T \mathbf{F} (\mathbf{m} - \tilde{\mathbf{m}}) \right) d\mathbf{m} \\ &\quad + \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} A \ln A \exp \left((\mathbf{m} - \tilde{\mathbf{m}})^T \mathbf{F} (\mathbf{m} - \tilde{\mathbf{m}}) \right) d\mathbf{m}}_{=\ln A \text{ (c.f. condition de normalisation)}} \end{aligned} \quad (2.28)$$

⁵Shannon C.E., *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 27, 379; 623, 1948

La définition proposée par Fisher, 25 ans avant celle de Shannon (Rao, 1992), est :

$$\mathcal{I} = -E \left(\frac{\partial^2 \ln f(\mathbf{d}, \mathbf{m})}{\partial m_i \partial m_j} \right) \quad (2.29)$$

où $f(\mathbf{d}, \mathbf{m})$ est la densité de probabilité des paramètres \mathbf{m} en fonction des mesures \mathbf{d} , et E est l'opérateur "estimateur". Pour chaque couple de paramètres (m_i, m_j) , l'équation 2.29 correspond au calcul de la moyenne :

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n_{mes}} \frac{\partial^2 \ln f(\mathbf{d}_k, \mathbf{m})}{\partial m_i \partial m_j} \quad (2.30)$$

Supposons que la forme de $f(\mathbf{d}, \mathbf{m})$ est gaussienne, *i.e.* $f(\mathbf{d}, \mathbf{m}) \propto \exp((\mathbf{g} - \mathbf{d})^T \mathbf{W}^{-1}(\mathbf{g} - \mathbf{d}))$. Si les paramètres estimés \mathbf{m} correspondent au maximum de vraisemblance de $f(\mathbf{d}, \mathbf{m})$, alors les dérivées premières de f s'annulent, et le terme 2.30 devient :

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n_{mes}} \left(\frac{\partial g}{\partial m_i} \right)_{\tilde{\mathbf{m}}}^T \mathbf{W}^{-1} \left(\frac{\partial g}{\partial m_j} \right)_{\tilde{\mathbf{m}}} \quad (2.31)$$

Ce que nous écrivons finalement sous la forme matricielle (Dubovik et al., 1995) :

$$\text{Matrice de Fisher} \equiv \mathbf{F} \equiv \mathbf{U}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{U} \quad (2.32)$$

La quantité d'information calculée à l'aide de la définition de Shannon (éq. 2.28) dépend donc de la matrice de Fisher. Nous choisissons donc la matrice de Fisher comme définition de la quantité d'information. L'intérêt de cette formulation est de conserver une information sur chacun des termes qui nous intéressent.

Nous utilisons la forme discrète de la matrice de Fisher de l'équation 2.32 pour déterminer l'information qu'apportent les mesures échantillonnées. Dans le cas général, les éléments de la matrice d'erreur expérimentale s'écrivent $\mathbf{W}(i, j)^{-1} = \varpi_{D_{ij}}$. Par conséquent, le produit $\mathbf{W}^{-1} \mathbf{U}$ est :

$$\mathbf{W}^{-1} \mathbf{U} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{n_{mes}} \varpi_{D_{1,i}} \frac{\partial g_i}{\partial m_1} & \cdots & \sum_{i=1}^{n_{mes}} \varpi_{D_{1,i}} \frac{\partial g_i}{\partial m_{n_{par}}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^{n_{mes}} \varpi_{D_{n_{mes},i}} \frac{\partial g_i}{\partial m_1} & \cdots & \sum_{i=1}^{n_{mes}} \varpi_{D_{n_{mes},i}} \frac{\partial g_i}{\partial m_{n_{par}}} \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

Cependant, on ne connaît généralement pas les composantes hors diagonale de la matrice \mathbf{W} . On est alors amené à supposer que les erreurs des mesures sont indépendantes, en posant $\mathbf{W}_{ij} = \varepsilon_{D_i} \delta_{ij}$, où δ_{ij} est le symbole de Kronecker. On a alors :

$$\mathbf{W}^{-1} \mathbf{U} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\varepsilon_{D_1}} \frac{\partial g_i}{\partial m_1} & \cdots & \frac{1}{\varepsilon_{D_{n_{mes}}}} \frac{\partial g_i}{\partial m_{n_{par}}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{\varepsilon_{D_{n_{mes}}}} \frac{\partial g_i}{\partial m_1} & \cdots & \frac{1}{\varepsilon_{D_{n_{mes}}}} \frac{\partial g_i}{\partial m_{n_{par}}} \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

Définition
du contenu
en
information
de Fisher

Composantes
de la
matrice de
Fisher

Cette simplification a pour conséquence de supprimer les sommations des sensibilités $\partial g_i / \partial m_j$ qui existaient dans la forme complète 2.33.

Si on fait de plus l'hypothèse que les erreurs ε_{D_i} sont identiques, la matrice de Fisher s'écrit $\varepsilon_D \mathbf{U}^T \mathbf{U}$, avec :

$$\mathbf{U}^T \mathbf{U} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{n_{mes}} \left(\frac{\partial g_i}{\partial m_1} \right)^2 & \cdots & \sum_{i=1}^{n_{mes}} \frac{\partial g_i}{\partial m_1} \frac{\partial g_i}{\partial m_{n_{par}}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^{n_{mes}} \frac{\partial g_i}{\partial m_{n_{par}}} \frac{\partial g_i}{\partial m_1} & \cdots & \sum_{i=1}^{n_{mes}} \left(\frac{\partial g_i}{\partial m_{n_{par}}} \right)^2 \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

Incertitude
des
paramètres
estimés

D'après Tarantola (1987), l'erreur *a posteriori* $\Delta(\mathbf{m})$ des paramètres estimés est :

$$\Delta(\mathbf{m}_i) = \sqrt{\{\mathbf{U}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{U} + \mathbf{C}^{-1}\}^{-1} \delta_{ii}} \quad (2.36)$$

où δ_{ii} indique les éléments de la diagonale de la matrice $\{\mathbf{U}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{U} + \mathbf{C}^{-1}\}^{-1}$. La définition 2.36 correspond à l'écart type sur chaque paramètre m_i puisque $(\mathbf{U}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{U} + \mathbf{C}^{-1})^{-1}$ est la matrice de covariance des paramètres (Tarantola, 1987). On retrouve une fois de plus le lien existant entre la définition du contenu en information au sens de Fisher et la précision des paramètres estimés après la résolution du problème inverse. Cela signifie qu'une mesure apporte d'autant plus d'information qu'elle permet d'améliorer la précision sur les paramètres estimés.

La définition choisie du contenu en information est donc cohérente avec la résolution du problème inverse, dans le sens où elle permet d'évaluer la précision des paramètres estimés.

Nos connaissances actuelles nous contraignent à simplifier la forme de l'incertitude de mesure. Si l'hypothèse de l'indépendance des mesures n'est pas justifiée, alors cette hypothèse conduit à considérer un contenu en information différent de ce qu'il est en réalité. On voit donc qu'il est souhaitable de connaître le plus précisément possible la forme de la matrice d'erreur \mathbf{W} .

2.3.2 Interprétation du contenu en information

Signification
de la
dérivée

La précision des paramètres estimés est calculée avec la racine carrée de l'inverse de la matrice de Fisher (éq. 2.32). La matrice de Fisher dépend de la dérivée $\partial g / \partial \mathbf{m}$ des mesures, approchée à l'aide d'un modèle g , par rapport aux paramètres \mathbf{m} .

Prenons l'exemple d'une grandeur mesurée $\tilde{\mathbf{g}}$ ne dépendant que d'un paramètre $\mathbf{m} \equiv \alpha$. Les mesures sont effectuées pour différentes valeurs de x (qui correspond à l'échantillonnage des mesures). La condition d'observation x joue ici le même rôle que la direction d'observation $\underline{\Omega}$ pour le modèle de transfert radiatif. Nous supposons que le modèle $g = 1/(x + \alpha)$ simule les mesures (fig. 2.7).

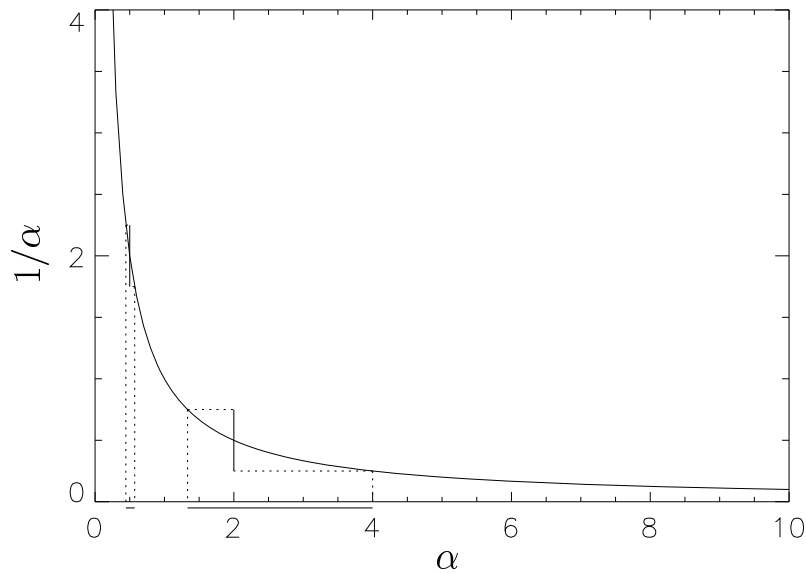


FIG. 2.7 – Étude du contenu en information : représentation graphique d'un modèle simple. Les barres verticales représentent une incertitude de ± 0.25 sur la mesure. La projection sur l'axe des x représente l'incertitude correspondante sur l'estimation de x .

La sensibilité des mesures au paramètre est donc approchée en considérant la sensibilité du modèle g au paramètre α :

$$\frac{\partial g}{\partial \alpha} = -\frac{1}{(x + \alpha)^2} \quad (2.37)$$

L'incertitude absolue $|\delta \tilde{g}|$ sur la mesure permet de fournir une estimation sur l'incertitude absolue $|\delta \alpha|$ du paramètre α :

$$|\delta \alpha| \approx (x + \alpha)^2 |\delta \tilde{g}| \quad (2.38)$$

$(x + \alpha)^2$ représente le terme d'amplification de l'erreur expérimentale $|\delta \tilde{g}|$.

La figure 2.7 permet d'illustrer le fait que pour une incertitude de mesure $|\delta g|$ donnée, l'incertitude $|\delta \alpha|$ est plus importante quand la pente $\partial g / \partial \alpha$ décroît. L'information — c'est-à-dire la dérivée $\partial g / \partial \alpha$, ou plus précisément son carré — décroît quand α croît, comme le montre la figure 2.7. L'incertitude $\delta \alpha$ sur le paramètre α est donc une fonction décroissante de la pente $\partial g / \partial \alpha$ du modèle g . On constate qu'une importante sensibilité $\partial g / \partial \alpha$ est nécessaire pour augmenter la précision sur les paramètres estimés.

Cependant, le modèle dépend généralement de plusieurs paramètres. Les relations entre ces paramètres et la grandeur mesurée affecte la précision de l'estimation des paramètres. Prenons une mesure dépendant de deux paramètres $\mathbf{m} = (\alpha, \beta)$. Afin de déterminer la valeur de ces paramètres, nous avons besoin de deux mesures g_1 et g_2 . Les mesures sont représentées par le modèle $g = (z + \beta) / (x + \alpha)$. Pour les besoins de l'exemple, on suppose que la mesure est échantillonnée par trois points a,b et c (voir le tableau 2.1).

Rôle de
l'échan-
tillonnage
des mesures

TAB. 2.1 – Interprétation du contenu en information : valeurs des points de mesure

Point	z	x	g	$\left(\frac{\partial g}{\partial \beta}\right)_{\substack{\alpha=0 \\ \beta=0}}$	$\left(\frac{\partial g}{\partial \alpha}\right)_{\substack{\alpha=0 \\ \beta=0}}$
a	1	0.5	2	2	-4
b	1	1	1	1	-1
c	1	10	0.1	0.1	-0.01

Les sensibilités des mesures aux paramètres sont donc :

$$\frac{\partial g}{\partial \alpha} = -\frac{z + \beta}{(x + \alpha)^2} \quad \text{et} \quad \frac{\partial g}{\partial \beta} = \frac{1}{x + \alpha} \quad (2.39)$$

Supposons que $\alpha = 0$ et $\beta = 0$ sont les valeurs vraies des paramètres du modèle. Nous allons examiner l'impact du choix de la configuration de mesure (z, x) sur la précision de l'estimation des paramètres.

Les valeurs des points de mesure sont données par la table 2.1.

Suivant les couples de mesures que l'on choisit, l'incertitude sur les paramètres α et β estimés varie :

$$\text{– points a et b : } \mathbf{U}^T \mathbf{U} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -9 \\ -9 & 17 \end{pmatrix},$$

$$\text{soit } (\mathbf{U}^T \mathbf{U})^{-1} \approx \begin{pmatrix} 4.25 & 2.25 \\ 2.25 & 1.25 \end{pmatrix},$$

d'où $\Delta\beta = \sqrt{4.25} \approx 2.06$ et $\Delta\alpha = \sqrt{1.25} \approx 1.12$. L'erreur sur les paramètres à estimer est de l'ordre de grandeur de l'erreur instrumentale ;

$$\text{– points b et c : } \mathbf{U}^T \mathbf{U} = \begin{pmatrix} 1 & 0.1 \\ -1 & -0.01 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0.1 & -0.01 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 1.01 & -1.001 \\ -1.001 & 1.0001 \end{pmatrix},$$

$$\text{soit } (\mathbf{U}^T \mathbf{U})^{-1} \approx \begin{pmatrix} 123.46 & 123.58 \\ 123.48 & 124.69 \end{pmatrix},$$

d'où $\Delta\beta \approx 11.11$ et $\Delta\alpha \approx 11.12$. L'erreur sur les paramètres est environ dix fois plus importante que l'erreur instrumentale. L'erreur est plus importante que dans l'exemple précédent : en remplaçant les mesures effectués pour le point d'échantillonnage b par le point a, nous utilisons des mesures peu sensibles aux paramètres (voir le tableau 2.1). Il s'ensuit une augmentation de l'incertitude des paramètres estimés ;

$$\text{– points a et c : } \mathbf{U}^T \mathbf{U} = \begin{pmatrix} 2 & 0.1 \\ -4 & -0.01 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 0.1 & -0.01 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 4.01 & -8.001 \\ -8.001 & 16.0001 \end{pmatrix},$$

$$\text{soit } (\mathbf{U}^T \mathbf{U})^{-1} \approx \begin{pmatrix} 110.80 & 55.41 \\ 55.41 & 27.77 \end{pmatrix},$$

d'où $\Delta\beta \approx 10.53$ et $\Delta\alpha \approx 5.27$. Dans cet exemple, nous avons une mesure très sensible aux paramètres (point a) et une autre peu sensible à ces paramètres (point c). Il résulte que l'incertitude sur α est plus importante que pour le couple de mesures (a, b), alors que l'incertitude

sur β est comparable à celle obtenue pour le couple de mesures (b, c). La prise en considération de la mesure c a donc dégradé l'information fournie par la mesure a.

Ces exemples montrent la dépendance directe de la précision des paramètres estimés suivant l'échantillonnage des mesures. La précision de l'estimation des paramètres dépend des sensibilités $\partial g/\partial\alpha$ et $\partial g/\partial\beta$ ainsi que de leurs corrélations.

Nous abordons à présent un problème différent qui est celui de l'impact d'une erreur de mesure au sol des paramètres \mathbf{m} . On désire, à partir de ces mesures, simuler la grandeur g . Soit $g = \beta/\alpha$ la valeur exacte de la simulation pour les paramètres "vrais", et soit $\tilde{g} = (\beta + \Delta\beta) / (\alpha + \Delta\alpha)$ la valeur lorsque les paramètres d'entrée diffèrent de la valeur des paramètres "vrais".

Opposition
simulation-
estimation

Par conséquent, l'erreur algébrique de simulation δg vaut⁶ :

$$\delta g = g - \tilde{g} = \frac{\alpha\delta\beta - \beta\delta\alpha}{\alpha(\alpha + \delta\alpha)} \quad (2.40)$$

et l'erreur algébrique relative est :

$$\frac{\delta g}{g} = \frac{\alpha\delta\beta}{(\alpha + \delta\alpha)\beta} - \frac{\delta\alpha}{\alpha + \delta\alpha} \approx \frac{\delta\beta}{\beta} - \frac{\delta\alpha}{\alpha} \quad \text{si } \delta\alpha \ll \alpha \quad (2.41)$$

Par conséquent, on peut majorer l'erreur absolue relative de simulation (où Ξ est l'erreur absolue de simulation)

$$\frac{\Xi g}{g} \leq \frac{\Delta\beta}{\beta} + \frac{\Delta\alpha}{\alpha} \quad (2.42)$$

par la somme des erreurs relatives de chaque paramètre du modèle.

On voit donc que la nature de l'incertitude de la simulation est différente de celle des paramètres estimés. La non linéarité du modèle g ne permet pas d'établir une relation directe entre l'incertitude Ξ sur les simulations et l'incertitude Δ sur les paramètres estimés. Par conséquent, un modèle qui convient bien à la simulation, *i.e.* dont la précision de simulation est satisfaisante, n'est pas forcément un modèle qui convient bien à l'inversion, *i.e.* la précision sur les paramètres estimés est d'un ordre de grandeur différent.

2.4 Principe de la détermination d'un échantillonnage optimal des données

La recherche d'un échantillonnage optimal est nécessaire. En effet, les nouvelles générations de satellites permettent un échantillonnage multi-spectral

⁶On peut faire le même calcul par $g = \beta/\alpha \Leftrightarrow \ln g = \ln \beta - \ln \alpha \Leftrightarrow d \ln g = d \ln \beta - d \ln \alpha \Leftrightarrow \partial g/g = d\beta/\beta - d\alpha/\alpha$

et/ou multi-directionnel des mesures. Il est donc intéressant de pouvoir déterminer l'échantillonnage optimal afin de mieux utiliser les données disponibles, ou de déterminer la configuration des prochains satellites.

Cependant, le problème de l'optimisation a été rarement abordé (Privette et al., 1996a; Maggion, 1995). On peut considérer que ces approches ne sont pas totalement finalisées dans le sens où elles ne proposent pas "d'outils" mathématiques permettant de déterminer de manière systématique un échantillonnage optimal.

Cette thèse ne propose pas un formalisme complet permettant de s'attaquer à la détermination de l'échantillonnage optimal. Cependant l'estimation de la précision des paramètres inversés peut être considérée comme un critère de discrimination des configurations optimales. Plus précisément, le formalisme présenté ne permet pas de rechercher l'échantillonnage optimal, mais le calcul de l'incertitude $\sqrt{\mathbf{U}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{U}}$ permet de savoir si une configuration est plus satisfaisante qu'une autre.

2.5 Discussion

Dans ce chapitre nous avons recherché une définition suffisamment complète du problème inverse. Le problème inverse, tel que nous l'avons présenté, est sous-tendu par deux notions : l'estimation de la (ou des) solution(s) du problème inverse, et l'évaluation de cette (ces) solution(s). L'étape d'estimation consiste à définir une méthode numérique permettant d'estimer les caractéristiques de la végétation à partir des mesures du satellite. L'évaluation des solutions consiste à apprécier la qualité de solutions fournies par l'étape d'évaluation. Cette notion est relativement complexe dans la mesure où elle recouvre tout aussi bien celle de la précision des solutions, de leur unicité, et de la pertinence du choix d'un modèle. Dans cette thèse, nous nous sommes limité à un seul modèle, et nous nous intéressons principalement à une définition de la précision des paramètres estimés.

L'incertitude de chaque paramètre estimé est décrite sous la forme d'une distribution de type gaussien (pour le cas d'un modèle de transfert radiatif linéaire). Dans le cas qui nous intéresse, le modèle n'est pas tout à fait linéaire, mais la distribution d'erreur est exprimée avec la même relation fonctionnelle. La distribution d'erreur tient compte de la sensibilité du modèle aux paramètres, des erreurs qui sont à l'origine des désaccords existants entre mesures et simulations. La forme de la distribution d'erreur permet aussi d'inclure une estimation *a priori* de la valeur des solutions ainsi que l'incertitude de cette estimation.

De cette expression on tire un algorithme itératif permettant de converger vers la solution. L'inversion des paramètres de la végétation à partir de mesures de télédétection est souvent une tâche difficile, les paramètres estimés pouvant être très différents de la valeur réelle au sol. Nous nous sommes donc intéressé aux raisons intrinsèques au problème inverse qui peuvent limiter (voire empêcher) la restitution des paramètres. Il s'avère que le problème inverse est très souvent un problème mal posé. Plus précisément, il n'existe pas forcément une

solution unique et stable à ce problème. Ceci provient non seulement du fait que le problème inverse peut admettre plusieurs solutions, mais aussi que les fluctuations, même faibles, dans les données mesurées peuvent être à l'origine du problème mal posé. Le problème inverse est généralement exprimé sous la forme d'un système d'équations. La matrice correspondant à ce système, localement linéarisé, est généralement mal conditionnée. Celle-ci est généralement mal conditionnée, c'est-à-dire que la solution de ce système est extrêmement sensible aux petites variations. Les valeurs estimées ne sont donc pas stables.

Un des moyens les plus sûrs pour résoudre un problème mal posé est d'utiliser une fonction de régularisation ou d'ajouter des informations *a priori*.

On s'est aussi intéressé à une définition de l'information contenue dans les mesures satellites qui soit cohérente avec le problème inverse. La définition de l'information que nous avons choisie est celle de Fisher. L'information ainsi évaluée est équivalente à la précision des paramètres estimés.

Deuxième partie

Analyses numériques du problème inverse et correction de la modélisation

Chapitre 3

Analyse du problème inverse

L'inversion de données satellites réelles a déjà été réalisée dans de nombreuses études. On constate généralement différentes limitations, notamment une incertitude relativement importante sur les paramètres restitués, voire l'impossibilité de restituer ces paramètres. Nous ne nous consacrons pas à la restitution de données à partir de mesures réelles, mais plutôt à l'analyse du problème inverse, sur la base du formalisme présenté dans le chapitre 2.

3.1 Inversion et estimation d'erreurs

Nous montrons ici quelles limites et problèmes sont rencontrés lors de la résolution du problème inverse. Notre objectif, dans cette section, n'est pas de résoudre le problème inverse, mais de montrer les limites de sa résolution et les problèmes qui en découlent. Nous considérons donc, dans cette première étape, quelques cas d'école, volontairement simplistes.

Nous avons d'abord créé une base de données synthétiques. Ces données sont des BRF simulées à l'aide du modèle de transfert radiatif décrit dans le chapitre 1 (section 1.2.2). La base de données contient des simulations correspondant à différentes scènes, chaque scène correspond à un vecteur de paramètres $\hat{\mathbf{m}} \equiv (R_S, r_L, t_L, r_{sf}, L, \theta_m, \epsilon)$, et à une position solaire $\underline{\Omega}_0(\theta_0, \phi_0)$. Pour un vecteur $\hat{\mathbf{m}}$ et une direction solaire $\underline{\Omega}_0$ donnés, on simule les BRF $R(\underline{\Omega}_V)$ pour 20 directions d'observation $\underline{\Omega}_V$ (fig. 3.1).

Données
synthé-
tiques

Nous avons ajouté un bruit gaussien aux simulations, le nouveau jeu de données ainsi obtenu est assimilé à des "mesures". Pour simplifier, on suppose que les BRF mesurées sont corrigées du bruit atmosphérique, et qu'aucune autre source de bruit n'est à considérer. Hu et al. (1999) montrent qu'il est possible de corriger le signal avec une incertitude inférieure à 1%. Nous avons donc choisi une amplitude de bruit de 0.5% (fig. 3.1).

Le vecteur de paramètres $\hat{\mathbf{m}}$ décrivant la végétation contient 7 paramètres. Supposons que chaque paramètre puisse prendre n valeurs différentes. Dans un tel cas, si nous voulions nous intéresser à toutes les scènes possibles, cela représenterait n^7 scènes. Par conséquent la taille de la base de données et le coût en temps de calcul deviennent très importants si l'on choisit plus de 2 ou 3 valeurs pour chaque paramètre, ce qui n'est pas justifié pour cette étude

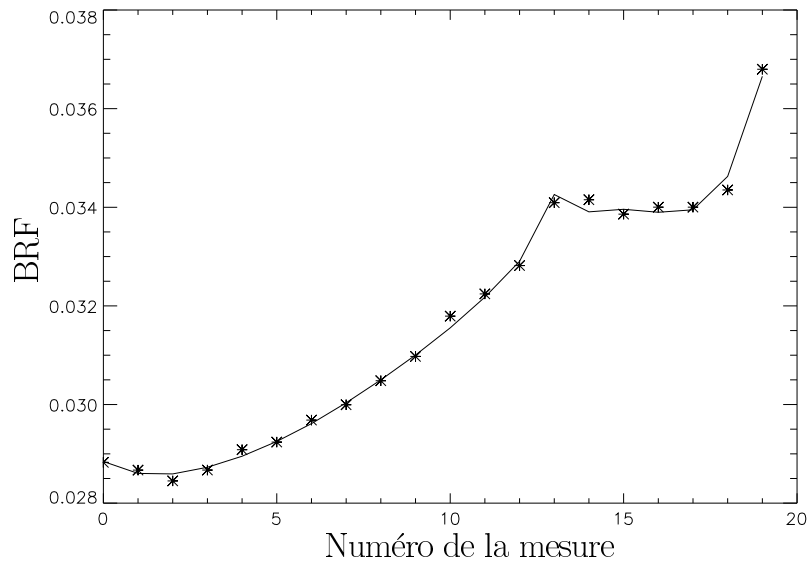


FIG. 3.1 – Exemple de BRF simulée et bruitée. Cet exemple est calculé pour une longueur d’onde visible, un angle solaire zénithal de 30° , un LAI $L = 0.2$, une inclinaison de feuilles à 45° . La ligne continue correspond à la BRF simulée, les symboles * représentent le signal bruité.

simplifiée. Nous avons donc restreint la taille de la base de données, en fixant la valeur des paramètres différents du LAI, et en simulant des scènes pour 29 valeurs du LAI, qui varie de 0.2 à 3 par pas de 0.1. Pour les autres paramètres, les valeurs sont fournies par le tableau 3.1 (colonne “valeur vraie”).

3.1.1 Restitution du LAI par la méthode des moindres carrés

3.1.1.1 Influence de la valeur initiale

Valeurs
initiales

La restitution des paramètres de végétation est effectuée à partir de différentes valeurs initiales, *i.e.* les valeurs des paramètres \mathbf{m}_0 pour la première itération de l’algorithme d’inversion (éq. 2.20). Pour le LAI, nous avons choisi différentes valeur initiales L_{init} afin de tester la convergence de l’inversion. Pour les autres paramètres, la valeur initiale est donnée par le tableau 3.1. Les valeurs initiales autres que L_{init} sont choisies proches de la valeur “vraie” de manière à tester la convergence des paramètres en fonction du choix de L_{init} et de l’évolution du LAI au cours de la restitution. (tableau 3.1, colonne “valeur initiale”). Aucune information *a priori* n’est ajoutée, hormis la distribution log–normale de l’erreur qui garantit que les paramètres sont positifs.

Restitution
du LAI

La figure 3.2 représente la valeur estimée du LAI, après 100 itérations, en fonction de sa valeur “vraie”. Les restitutions sont effectuées à partir de différents L_{init} : 2.5 (a), 1.5 (b), 0.5 (c). La restitution a aussi été réalisée à partir de 5 valeurs différentes de $L_{init} = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5$ (d); pour chaque valeur “vraie” du LAI, on choisit une valeur différente de L_{init} (fig. 3.2). C’est pour ce dernier choix que les résultats sont les meilleurs. La diagonale

TAB. 3.1 – Valeurs des paramètres pour créer une base de données de BRF, et valeur initiale des paramètres pour la restitution du LAI L . La valeur du LAI varie de 0.2 à 3, par pas de 0.1, différentes valeurs initiales du LAI sont testées.

	Valeur vraie	Valeur initiale
R_S	0.05	0.051
r_L	0.075	0.076
t_L	0.05	0.051
r_{sf}	0.10	0.11
θ_m	45°	47°
ϵ	0.9	0.91

représente la solution idéale. Lorsque la valeur initiale L_{init} est trop éloignée de sa valeur vraie, on ne restitue pas le LAI. La restitution est donc limitée par le choix de la valeur initiale. Dans la suite, nous discuterons la modification des autres paramètres au cours de la restitution du LAI.

Lorsque le LAI ne converge pas vers la bonne valeur, le RMS est trop élevé et constitue donc un critère suffisant pour signifier l'échec de la restitution. Nous examinons donc la valeur du RMS dans les cas où l'algorithme converge vers une solution acceptable. Nous pourrions donc en déduire si le RMS calculé à partir des réflectances est un critère permettant d'apprécier la réussite de l'inversion.

Le RMS est défini par :

$$\sqrt{\frac{1}{n_{mes}} \sum_{i=1}^{n_{mes}} (\log R_i - \log R_i^*)^2} \approx \sqrt{\frac{1}{n_{mes}} \sum_{i=1}^{n_{mes}} \left(\frac{\delta R}{R^*}\right)^2} \quad \text{si } \frac{\delta R}{R^*} \ll 1 \quad (3.1)$$

où les R_i sont les BRF simulées avec les paramètres \mathbf{m} , R_i^* les mesures (pré-calculées dans la base de données), $\delta R/R^* = R - R^*$. L'indice i indique que chaque BRF est calculée/mesurée dans la direction $\underline{\Omega}_{V_i}$.

La figure 3.3 représente un exemple de l'évolution du RMS au cours des itérations. Les valeurs de RMS de la figure 3.3.a correspondent à des restitutions pour $L = 0.2$, avec $L_{init} = 0.5$ représenté sur la figure 3.2.d par le premier point. La figure 3.3.b représente l'évolution du RMS pour $L = 3$, avec $L_{init} = 2.5$ représenté sur la figure 3.2.d par le dernier point.

On constate que la valeur finale du RMS est de 0.02 pour $L_{init} = 0.5$ contre 0.006 pour $L_{init} = 2.5$. Dans le deuxième cas, la valeur du RMS est proche de celle du bruit de 0.5% que nous avons ajouté. Cependant, on peut considérer que ces deux valeurs ont été restituées avec succès, car l'écart entre le LAI restitué et sa valeur "vraie" est suffisamment faible. De plus, la vitesse de décroissance du RMS est plus faible pour $L_{init} = 2.5$: la diminution du RMS est de $0.017 - 0.06 = 0.043$ contre $0.09 - 0.02 = 0.07$ pour $L_{init} = 0.5$.

La figure 2.4 (page 59) montre que la dérivée de la courbe LAI \mapsto BRF décroît quand L augmente. Il en résulte que pour une incertitude donnée sur L , l'incertitude correspondante sur le LAI (et donc la valeur du RMS) sera plus importante pour les petites valeurs du LAI que pour les grandes. En conséquence, le paramètre L peut très bien avoir atteint une valeur acceptable

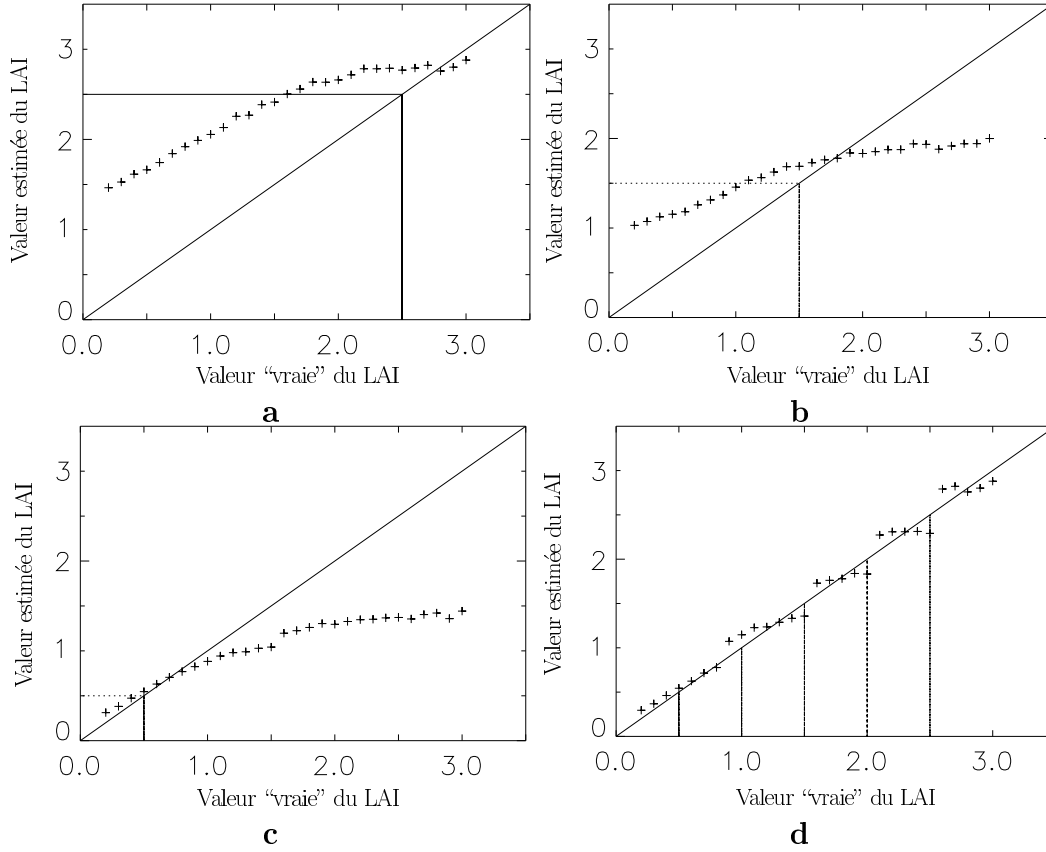


FIG. 3.2 – Restitution du LAI, dans le visible, pour différentes valeurs initiales. $L_{init} = 2.5$ (**a**), $L_{init} = 1.5$ (**b**), $L_{init} = 0.5$ (**c**) et $L_{init} = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5$ (**d**). Dans le cas **d**, l'emploi de la valeur L_{init} est limité par rapport à la valeur vraie : $L_{init} = 0.5$ pour $L < 0.5$, $L_{init} = 1.0$ pour $0.5 < L < 1.0$, $L_{init} = 1.5$ pour $1.0 < L < 1.5$, $L_{init} = 2.0$ pour $1.5 < L < 2.0$, $L_{init} = 2.5$ pour $L > 2.0$, et L_{init} est la valeur vraie pour $0.5 < L < 2.0$.

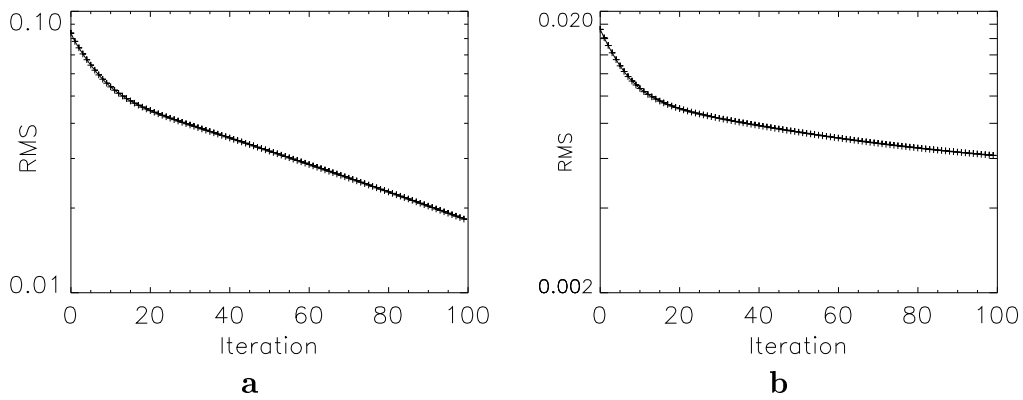


FIG. 3.3 – Vitesse de convergence de l’inversion pour deux valeurs différentes de LAI. La figure **a** correspond à un LAI=0.2 ($L_{init} = 0.5$) et la figure **b** à un LAI=3. ($L_{init} = 2.5$)

du LAI, et le RMS correspondant être relativement important. Le RMS, qui représente un écart sur les réflectances, ne permet pas de déterminer si les paramètres sont estimés avec une précision suffisante.

L’écart mesures/simulations ne permet pas de caractériser l’incertitude sur les paramètres estimés.

Cette remarque étaye le concept d’inversion que nous avons introduit dans la section 2.1.1 (c.f. tab. 2.1), et nous amène à considérer les questions suivantes :

- a-t-on convergé vers une solution physiquement acceptable ? Seul l’opérateur humain ou un système expert peuvent répondre à cette question ;
- comment évaluer la précision des restitutions après l’étape d’estimation ? Cette étape est étudiée plus en détail dans la suite.

3.1.1.2 Effets de la restitution du LAI sur d’autres paramètres

Nous nous intéressons à présent aux modifications subies par les paramètres différents du LAI au cours de la restitution de ce dernier. Nous reprenons les deux cas dont nous avons discuté précédemment (voir figure 3.3) : restitution d’un LAI $L = 0.2$ avec $L_{init} = 0.5$ (fig. 3.4) et d’un LAI $L = 3.0$ avec $L_{init} = 2.5$ (figure 3.5). Ces deux figures montrent que la convergence pour r_L est bonne, ce qui s’explique par l’importante sensibilité des BRDF à la réflectance des feuilles. On constate par contre que dans les deux cas, l’estimation du paramètre d’orientation des feuilles θ_m diverge. On remarque que ϵ s’éloigne de sa valeur vraie (0.65 au lieu de 0.9). Ceci a pour conséquence de rendre la distribution plus proche d’une distribution uniforme pour laquelle la valeur de θ_m (80° au lieu de 45°) influe moins sur les BRDF. On rappelle que l’orientation vraie utilisée dans ces exemples est de type plagiophile ($\theta_m = 45^\circ$, $\epsilon = 0.9$).

La convergence des autres paramètres dépend de la valeur du LAI et de la valeur initiale L_{init} . Pour $L_{init} = 0.5$ et $L = 0.2$, l’albédo du sol converge vers sa valeur “vraie”, la transmittance t_L des feuilles converge plus lentement, alors que le paramètre de *hot spot* r_{sf} diverge. Le paramètre ϵ converge vers une limite différente de sa vraie valeur. Pour $L_{init} = 2.5$ et $L = 3$, l’albédo R_S du sol ne converge que très lentement, à cause de l’épaisseur plus importante du couvert qui réduit l’information disponible sur R_S .

Paramètres
différents
du LAI

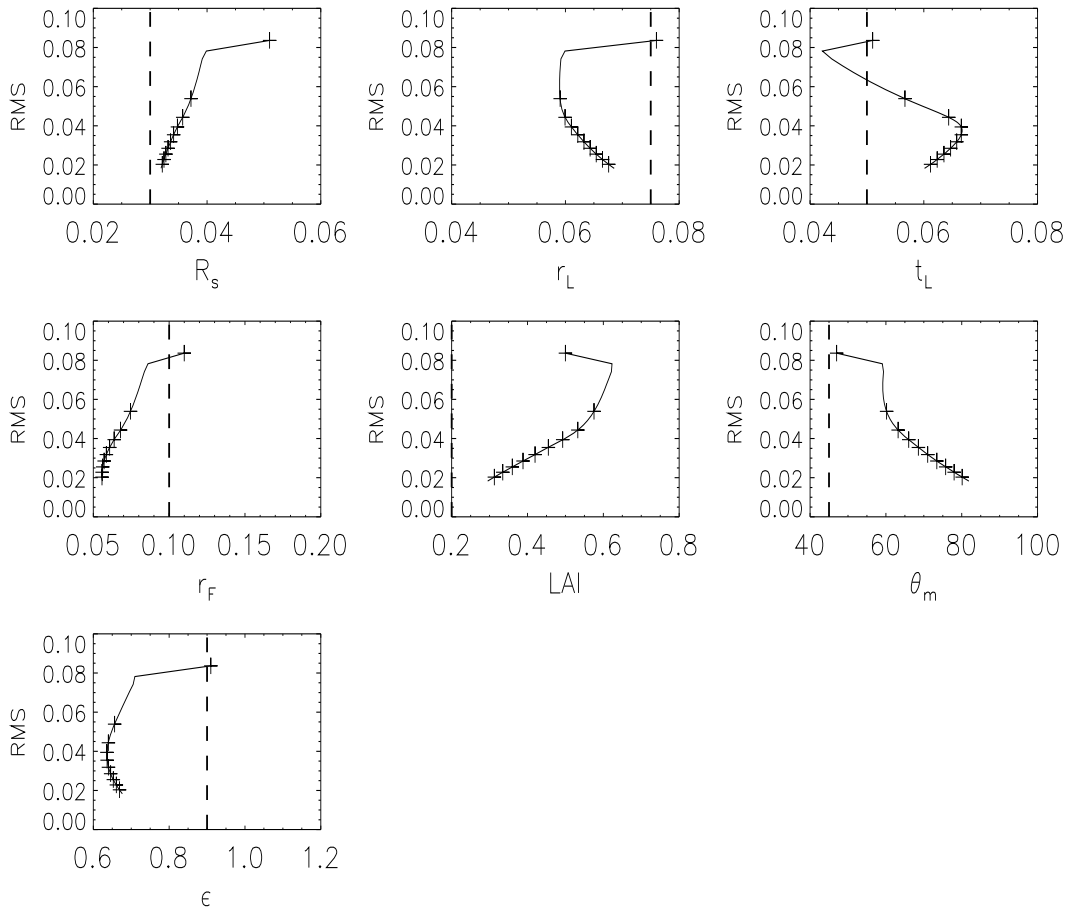


FIG. 3.4 – Convergence des paramètres au cours de la restitution, LAI=0.2. Les traits en pointillé indiquent la valeur “vraie” vers laquelle doivent converger les paramètres (voir tableau 3.1). Nous avons porté une croix toutes les 10 itérations.

Difficultés
de
résolution

Dans l'exemple très simple que nous avons traité, la raison pour laquelle la réussite de l'inversion est peu satisfaisante ne provient pas d'une mauvaise modélisation des mesures, puisque les données sont synthétisées avec le même modèle qui sert à la restitution. Les exemples traités nous ont permis de constater que : la restitution dépend de la valeur initiale, la convergence est d'autant plus difficile que la valeur initiale est éloignée de la valeur vraie et que les convergences des différents paramètres sont très fortement reliées. Il paraît donc nécessaire, avant de remettre en cause l'algorithme d'inversion lui-même, d'évaluer la possibilité de la restitution de chaque paramètre. A cette fin, nous devons déterminer la quantité d'information relatives à ces paramètres.

3.2 Estimation du contenu en information

La définition du contenu en information proposée dans le chapitre 2 tient compte des erreurs de mesures et d'inadéquations entre les simulations du modèle et les mesures par l'intermédiaire de la matrice \mathbf{W} . Cependant, dans une première approche nous nous proposons de n'utiliser que la forme simplifiée

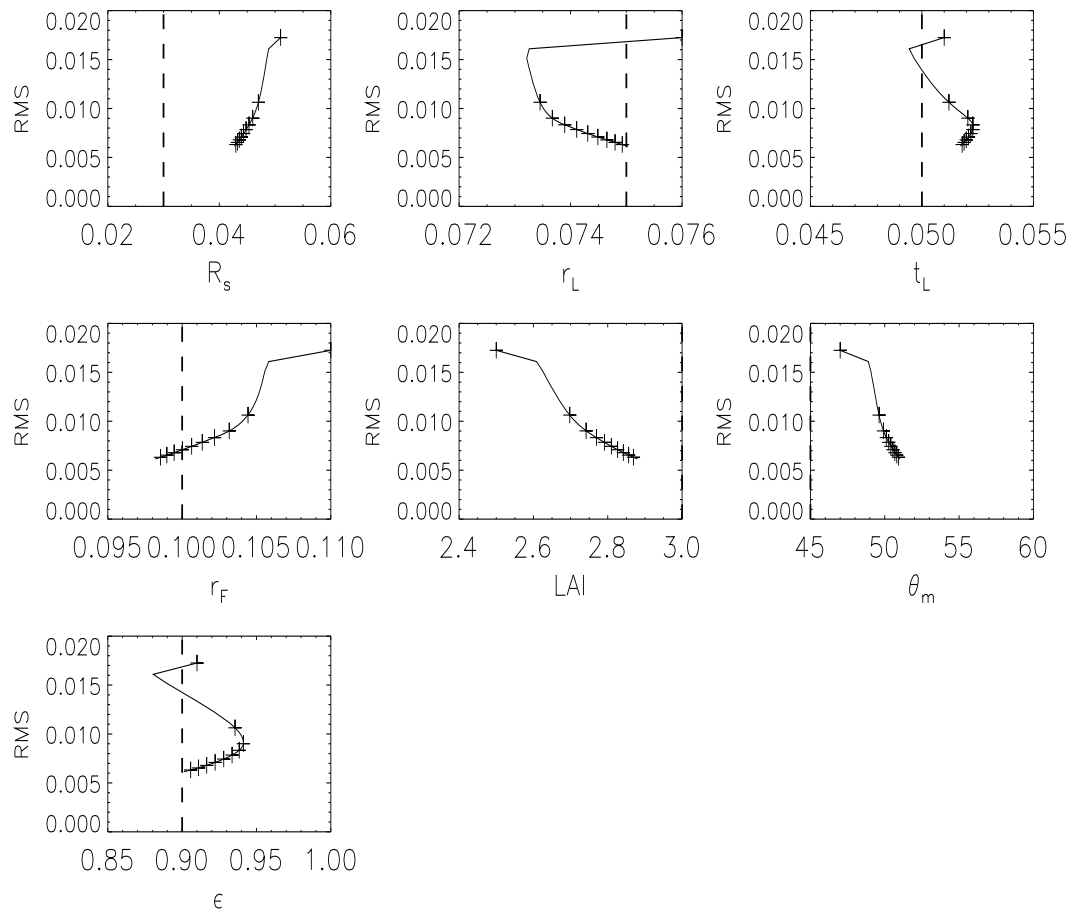


FIG. 3.5 – Convergence des paramètres au cours de la restitution, LAI=3. Même commentaire que pour la figure 3.4.

de cette matrice et d'exprimer le contenu en information sous la forme : $\mathbf{U}^T \mathbf{U}$. Comme nous l'avons déjà indiqué (page 69), cette simplification est motivée par trois points :

- la matrice \mathbf{W} est difficile à déterminer, dans la mesure où les termes d'erreurs qui la composent sont assez difficiles à déterminer quantitativement ;
- la plupart des travaux ne prennent en compte que les erreurs expérimentales, supposées indépendantes. Par conséquent, $\mathbf{W} = \varepsilon_D \mathbf{I}$, où \mathbf{I} est la matrice identité, la matrice d'information devient alors $\varepsilon_D \mathbf{U}^T \mathbf{U}$;
- une analyse de l'information restreinte au terme sans erreur $\mathbf{U}^T \mathbf{U}$ permet de s'intéresser à l'information intrinsèque du rayonnement réfléchi, *i.e.* en dehors de toutes formes de bruits pouvant altérer cette information.

Sensibilité
des BRF
aux
paramètres
de la
végétation

Afin de garantir que les paramètres \mathbf{m} sont positifs, on considère le logarithme naturel des BRF et des paramètres. La matrice de Fisher $\mathbf{U}^T \mathbf{U}$, de dimensions $n_{par} \times n_{par}$, est donc exprimée sous la forme :

$$\mathbf{U}^T \mathbf{U} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{n_{mes}} \left(\frac{\partial \ln g_i}{\partial \ln m_1} \right)^2 & \cdots & \sum_{i=1}^{n_{mes}} \frac{\partial \ln g_i}{\partial \ln m_1} \frac{\partial \ln g_i}{\partial \ln m_{n_{par}}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^{n_{mes}} \frac{\partial \ln g_i}{\partial \ln m_{n_{par}}} \frac{\partial \ln g_i}{\partial \ln m_1} & \cdots & \sum_{i=1}^{n_{mes}} \left(\frac{\partial \ln g_i}{\partial \ln m_{n_{par}}} \right)^2 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Dans la suite, nous étudierons les termes

$$\Psi(\underline{\Omega}_V, m_j) \equiv (\partial \ln g_i) / (\partial \ln m_j)^2 \quad (3.3)$$

que nous baptisons "termes de sensibilité", où $\underline{\Omega}_V(\theta_V, \phi_V)$ est la direction d'observation du satellite, avec $\theta_V \in [0, \pi/2]$ et $\phi_V \in [0, 2\pi]$, g_i désigne la BRF $R(\underline{\Omega}_V) \equiv g_i$, et m_j représente les paramètres du modèle g .

Nous nous intéressons aussi aux termes de corrélations (Dubovik et al., 1995; Tarantola, 1987, section 4.3.2) :

$$\alpha(m_j, m_k) = \frac{\{\mathbf{U}^T \mathbf{U}\}_{jk}}{\sqrt{\{\mathbf{U}^T \mathbf{U}\}_{jj} \{\mathbf{U}^T \mathbf{U}\}_{kk}}} \quad (3.4)$$

qui représentent les termes hors diagonales de la matrice 3.2 sous une forme normalisée.

3.2.1 Étude de la sensibilité du modèle aux paramètres

Dans une première étape nous proposons une interprétation des phénomènes qui conditionnent la forme de la distribution directionnelle des sensibilités. Pour cela, nous présentons l'allure typique de la fonction $\Psi(\underline{\Omega}_V, m_j)$ pour un vecteur \mathbf{m} de paramètres représentant un couvert dans le rouge ($R_S = 0.03$, $r_L = 0.075$, $t_L = 0.05$), un LAI $L = 2$, un paramètre de *hot spot* $r_{sf} = 0.1$ m et

une orientation des feuilles définie par $\theta_m = 10^\circ$ et $\epsilon = 0.9$. Pour cette représentation, nous traçons $\Psi(\underline{\Omega}_V, m_j)$, pour 1789 directions $\underline{\Omega}_V$ (figures 3.6 et 3.7).

À la suite de cette description nous nous intéressons à une analyse quantitative des sensibilités et à la comparaison de l'ordre de grandeur des sensibilités à chacun des paramètres. L'ensemble de cette analyse a pour but de montrer que l'information dont on dispose dépend à la fois de la direction d'observation et des caractéristiques du couvert. On s'appuie dans cette discussion sur les figures 3.6 et 3.7, mais aussi sur l'ensemble des données calculées et non représentées graphiquement dans cette thèse. Pour simplifier les notations, les valeurs négatives de l'angle zénithal θ_V correspondent à la direction de diffusion avant ($\phi_V = \pi$) et les valeurs positives à la direction de diffusion arrière ($\phi_V = 0^\circ$).

3.2.1.1 Sensibilité des BRDF aux paramètres optiques du couvert

La figure 3.6 représente les sensibilités par rapport aux paramètres optiques, c'est-à-dire $\Psi(\underline{\Omega}_V, r_L)$, $\Psi(\underline{\Omega}_V, t_L)$, $\Psi(\underline{\Omega}_V, R_S)$.

La sensibilité des BRDF à la réflectance r_L des feuilles $\Psi(\underline{\Omega}_V, r_L)$ décroît de la direction solaire vers la direction opposée au soleil. Dans le plan principal, la sensibilité $\Psi(\theta_V, r_L)$ est une fonction croissante de l'angle d'observation de $\theta_V = -80^\circ$ à $\theta_V = 80^\circ$ et l'ordre de grandeur de $\Psi(\theta_V, r_L) > 10^{-1}$. L'ensemble des calculs que nous avons effectués (mais pas représentés pour ne pas alourdir le texte) permet de généraliser ces résultats : quels que soit la longueur d'onde et le LAI, l'allure générale de $\Psi(\underline{\Omega}_V, r_L)$ est conservée, et sa valeur est supérieure à 0.1.

Le comportement de $\Psi(\underline{\Omega}_V, t_L)$ est opposé à celui de $\Psi(\underline{\Omega}_V, r_L)$, puisque la sensibilité à la transmittance t_L des feuilles croît pour les directions de visées opposées à la direction solaire. La sensibilité $\Psi(\theta_V, t_L)$ décroît très rapidement de la direction de diffusion avant jusqu'à la direction solaire, puis croît très légèrement de la position solaire vers la direction de diffusion arrière (les figures 3.10 et 3.11 dans le plan principal montrent mieux cette croissance). Pour le rouge, le maximum de $\Psi(\theta_V, t_L)$ est d'environ 10^{-1} , puis décroît jusqu'à 10^{-3} autour de la direction du *hot spot*. Dans la direction solaire, le minimum est très prononcé pour des LAI assez épais ($L = 2$ et $L = 10$). La valeur de $\Psi(\theta_V, t_L)$ croît de nouveau d'un facteur 10 environ lorsque θ_V tend vers 90° .

La sensibilité à l'albédo du sol R_S présente deux maxima, l'un dans la direction du soleil, et l'autre dans la direction de diffusion avant (vers $\theta_V \approx 30^\circ$). Le maximum dans la direction solaire correspond au principe de formulation du *hot spot* (voir page 37). Dans cette direction, les intensités lumineuses provenant de la direction solaire (qui, dans le cas présent, est la seule source d'éclairage) sont susceptibles de descendre jusqu'à une certaine profondeur sans interagir avec le milieu. Lorsque ces intensités sont diffusées, celles qui repartent vers la direction solaire n'interagissent pas avec le milieu (principe de retour inverse de la lumière). Dans cette direction, le sol reçoit donc une quantité maximale de rayonnement n'ayant subi qu'un faible nombre d'inter-

Sensibilité à la réflectance des feuilles, fig. 3.6.a

Sensibilité à la transmittance des feuilles, fig. 3.6.b

Sensibilité à l'albédo du sol, fig. 3.6.c

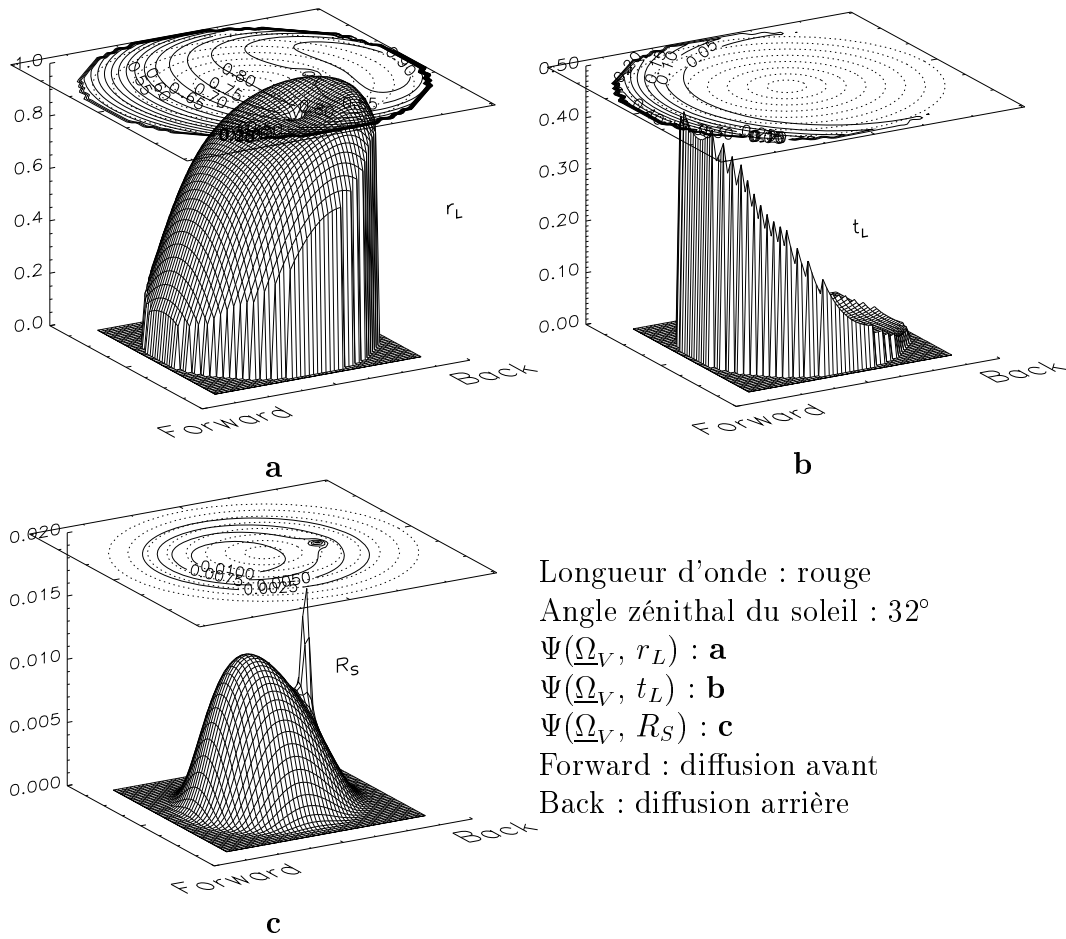


FIG. 3.6 – Carrés des sensibilités des BRF aux paramètres optiques du modèle : sensibilité à la réflectance r_L des feuilles (**a**), sensibilité à la transmittance t_L des feuilles (**b**), sensibilité à l'albédo du sol R_S (**c**).

actions avec le milieu. Physiquement, cela signifie que dans cette direction les discontinuités du couvert végétal permettent de mieux observer le sol. De plus, l'amplitude de $\Psi(\underline{\Omega}_V, R_S)$ est inférieure à 0.02, valeur beaucoup plus faible que pour les sensibilités aux paramètres optiques des feuilles. En effet, les feuilles diffusent une part importante du rayonnement diffusé par le sol, ce qui diminue la part d'information sur R_S dans le rayonnement total mesuré au dessus du couvert.

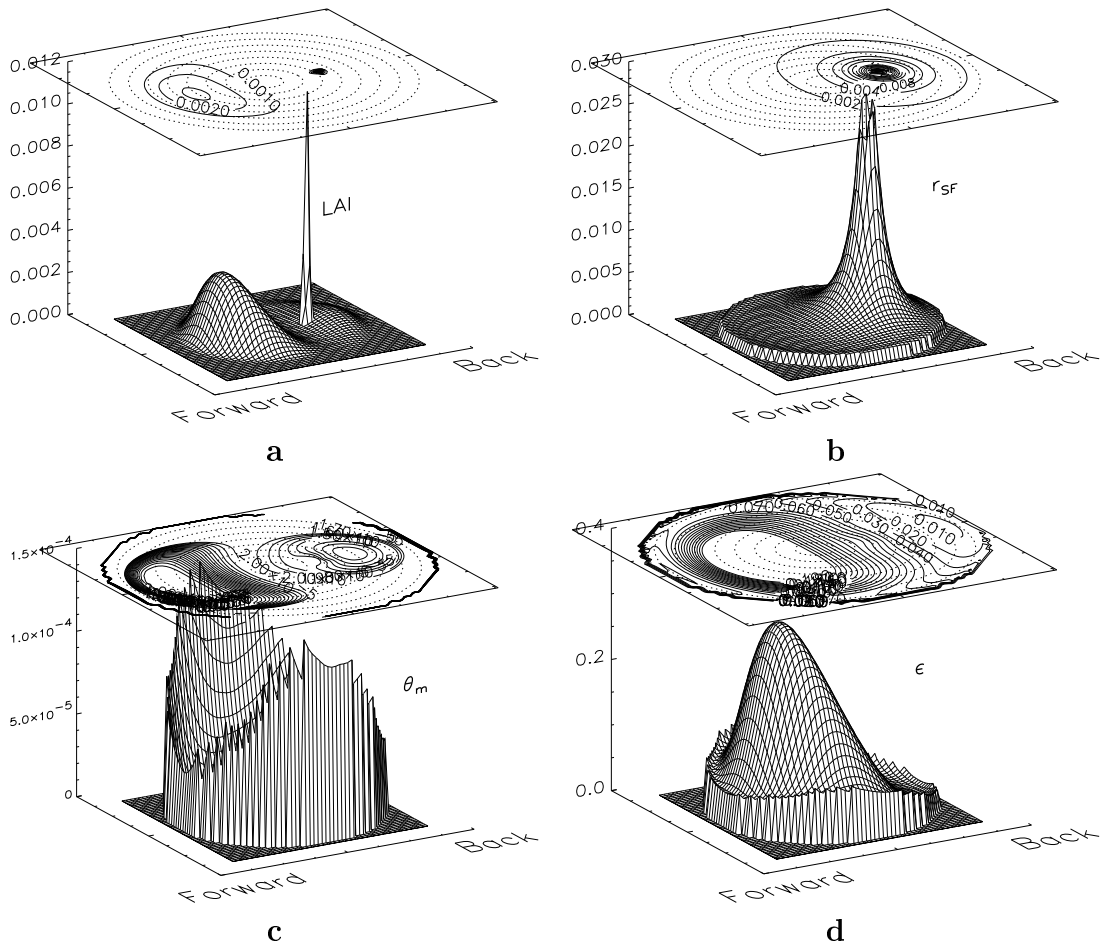


FIG. 3.7 – Carrés des sensibilités des BRF aux paramètres architecturaux du modèle : sensibilité au LAI L (a), sensibilité au paramètre de hot spot r_{sf} (b), sensibilité à l'angle principal θ_m d'inclinaison des feuilles (c), sensibilité à la dispersion ϵ de l'orientation des feuilles (d). Les propriétés de la scène sont les mêmes que pour la figure 3.6.

3.2.1.2 Sensibilité des BRF aux paramètres architecturaux du couvert

La figure 3.7 représente les sensibilités par rapport aux paramètres architecturaux $\Psi(\underline{\Omega}_V, L)$, $\Psi(\underline{\Omega}_V, r_{sf})$, $\Psi(\underline{\Omega}_V, \theta_m)$ et $\Psi(\underline{\Omega}_V, \epsilon)$.

La fonction $\Psi(\theta_V, L)$ présente deux maxima principaux, dans la direction de diffusion avant et dans la direction du *hot spot*. Afin de mieux comparer l'amplitude de ces deux maxima et de mettre en évidence leur dépendance à l'orientation des feuilles, nous avons calculé la sensibilité $\Psi(\underline{\Omega}_V, L)$ dans le plan principal, pour 3 inclinaisons de feuilles (fig. 3.8).

Le maximum dans la direction de diffusion avant croît avec l'inclinaison θ_m des feuilles : $\Psi(\theta_V, L) \approx 3.25 \cdot 10^{-3}$ pour $\theta_m = 10^\circ$ et $\Psi(\theta_V, L) \approx 2.2 \cdot 10^{-2}$ pour $\theta_m = 80^\circ$. De plus, la position de ce maximum se déplace très légèrement de 40° vers 30° quand θ_m passe de 10° à 80° .

Le deuxième maximum, dans la direction solaire, est directement relié à la

Sensibilité
au LAI,
fig. 3.7.a et
fig. 3.8

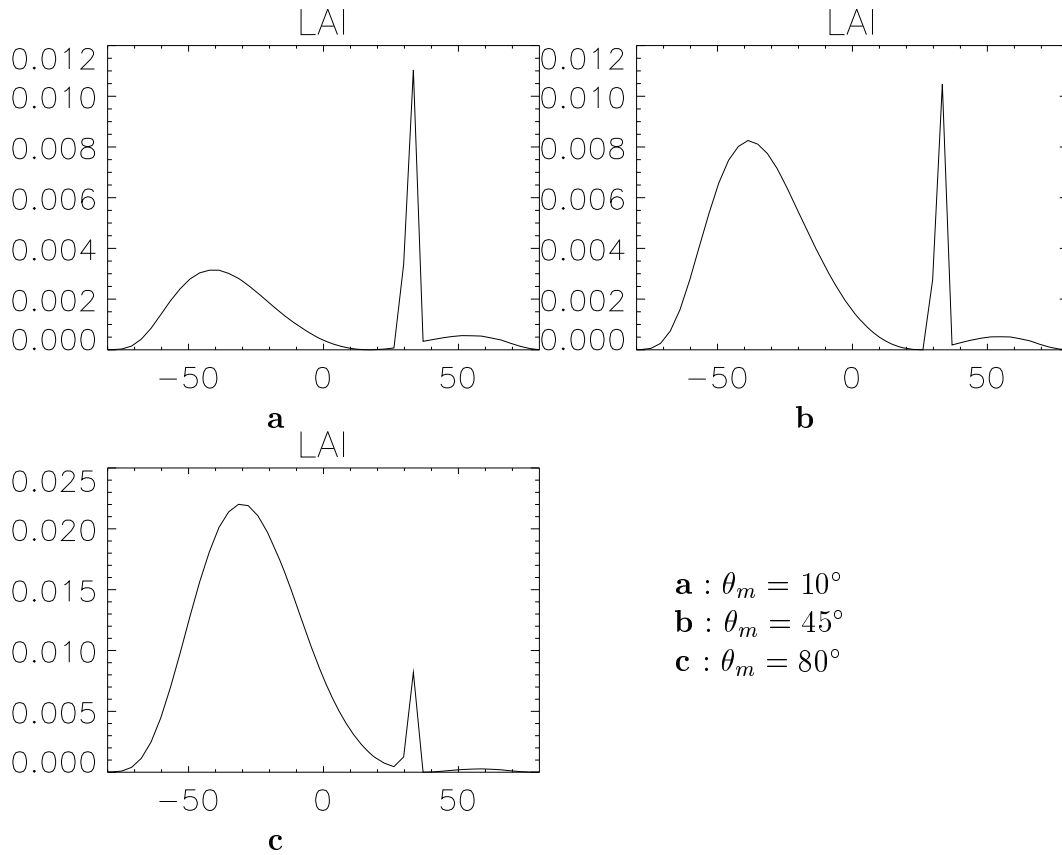


FIG. 3.8 – Variation de la sensibilité des BRDF au LAI en fonction de l’orientation des feuilles.

formulation du *hot spot* et à sa prise en compte. Ainsi, si l’on ne considère que les intensités de simple diffusion I^1 (équation B.11 de l’annexe B), l’intégrale ne dépend que du LAI L dans la direction $\underline{\Omega}_V = \underline{\Omega}_0$, d’où l’importante sensibilité dans cette direction. Physiquement, on peut considérer que les intensités réfléchies dans cette direction ont subi un faible nombre d’interactions avec le milieu. Elles permettent donc de mieux estimer l’épaisseur (et donc le LAI) du couvert, dans la mesure où la contribution de la diffusion multiple I^M est faible pour cette direction.

Le maximum de $\Psi(\underline{\Omega}_0, L)$ lié au *hot spot* décroît légèrement quand θ_m augmente, passant de 0.011 à 0.0085. On notera que la largeur du pic de sensibilité dans la direction solaire n’est pas négligeable : si on la mesure sur le graphique à une hauteur de $\Psi = 0.002$, la largeur du pic est d’environ 8° . Ceci laisse penser que, dans certains cas, il n’est pas impossible d’obtenir une mesure dans cette direction pour laquelle la sensibilité est d’un ordre de grandeur important. Il faudra donc veiller à ce qu’une méthode de sélection basée sur les sensibilités maximales évite cette direction. En effet, suivant l’inclinaison des feuilles, le maximum de sensibilité est soit celui propre au LAI (dans la direction de diffusion avant), soit celui lié au *hot spot* (dans la direction de diffusion arrière).

La sensibilité des BRDF au LAI varie principalement avec la valeur de L et de l’orientation du couvert θ_m . L’ordre de grandeur de $\Psi(\theta_V, L)$ décroît

quand L augmente pour les directions de diffusion avant, et croît avec L pour les directions de diffusion arrière (fig. 2.4). Dans le rouge, pour $L = 10$, la sensibilité au LAI est perdue ($\Psi(\theta_V, L) \approx 10^{-6}$), le milieu peut être considéré comme optiquement semi-infini (fig. 3.10). Pour le proche infrarouge, les BRDF sont encore sensibles au LAI pour $L=10$ ($\Psi(\theta_V, L) \approx 10^{-3}$) (fig. 3.11).

La sensibilité au paramètre de *hot spot* $\Psi(\underline{\Omega}_V, r_{sf})$ est assez faible et indépendante de la direction pour les directions de diffusion avant. Cependant, $\Psi(\underline{\Omega}_V, r_{sf})$ croît très rapidement quand la direction d'observation s'approche de la direction solaire, mais sa valeur devient quasiment nulle dans la direction solaire exacte. Cette singularité est due au fait que dans la direction d'observation $\underline{\Omega}_V = \underline{\Omega}_0$ les BRDF mesurées ne dépendent pas de la taille de l'espace inter-foliaire r_{sf} , puisque pour cette direction exacte, les intensités n'interagissent pas avec les feuilles qui constituent les bords de l'espace inter foliaire.

La sensibilité au paramètre de *hot spot* est variable en fonction des valeurs des autres paramètres. Pour les directions vers l'horizontale ($\theta_V = 90^\circ$), $\Psi(\theta_V, r_{sf}) \approx 10^{-3}$. Le maximum est atteint autour de la direction du *hot spot* (de l'ordre de 10^{-2}) et le minimum dans la direction du *hot spot*. Ce minimum est d'environ 10^{-6} dans le rouge, et 10^{-4} dans le proche infrarouge. La différence d'ordre de grandeur des minima provient de la part plus importante de la diffusion multiple dans le proche infrarouge : la fraction de rayonnement provenant de direction voisines de $\underline{\Omega}_0$ dans la directions du *hot spot* est relativement importante, et les BRDF pour les directions voisines de $\underline{\Omega}_0$ dépendent de r_{sf} .

Les sensibilités à l'orientation des feuilles $\Psi(\underline{\Omega}_V, \theta_m)$ et $\Psi(\underline{\Omega}_V, \epsilon)$ présentent des maxima important dans les directions proches de l'horizontale. Cependant, c'est dans le plan principal que ces sensibilités présentent les variations les plus importantes (fig. 3.9). Nous allons donc nous intéresser aux profils de sensibilité dans ce plan. Les sensibilités $\Psi(\underline{\theta}_V, \theta_m)$ et $\Psi(\underline{\theta}_V, \epsilon)$ varient de manière importante avec la valeur de θ_m . La présence de plusieurs maxima successifs provient du changement de signe de la dérivée, Ψ étant le carré de cette dérivée.

Nous nous intéressons aux cas où l'orientation des feuilles est suffisamment prononcée, *i.e.* $\epsilon = 0.9$. Pour $\epsilon \rightarrow 0$, l'orientation tend vers une distribution aléatoire uniforme et dans ce cas les BRDF ne dépendent pas de l'orientation des feuilles.

Pour un couvert planophile ($\theta_m = 10^\circ$), $\Psi(\underline{\Omega}_V, \theta_m)$ est de l'ordre de 10^{-5} , donc quasiment négligeable. Ce résultat est en accord avec la figure 2.5 qui montre que pour une orientation proche de l'horizontale ($\theta_m < 20^\circ$), les BRDF dépendent peu de θ_m , quelque soit la direction d'observation. La sensibilité $\Psi(\theta_V, \theta_m)$ croît avec la valeur de θ_m (fig. 3.9).

La sensibilité à ϵ est d'un ordre de grandeur plus important que $\Psi(\theta_V, \theta_m)$ pour les inclinaisons $\theta_m = 10^\circ$ et $\theta_m = 80^\circ$. L'inclinaison $\theta_m = 45^\circ$ est un cas particulier où $\Psi(\theta_V, \theta_m)$ est pratiquement deux fois plus important que $\Psi(\theta_V, \epsilon)$. La sensibilité à l'orientation des feuilles dépend de manière importante de la valeur de θ_m et ϵ .

La sensibilité $\Psi(\underline{\Omega}_V, \theta_m)$ est maximale dans le plan perpendiculaire au plan

Sensibilité au paramètre de *hot spot*, fig. 3.7.b

Sensibilité à l'orientation des feuilles, fig 3.7.c, 3.7.d et 3.9

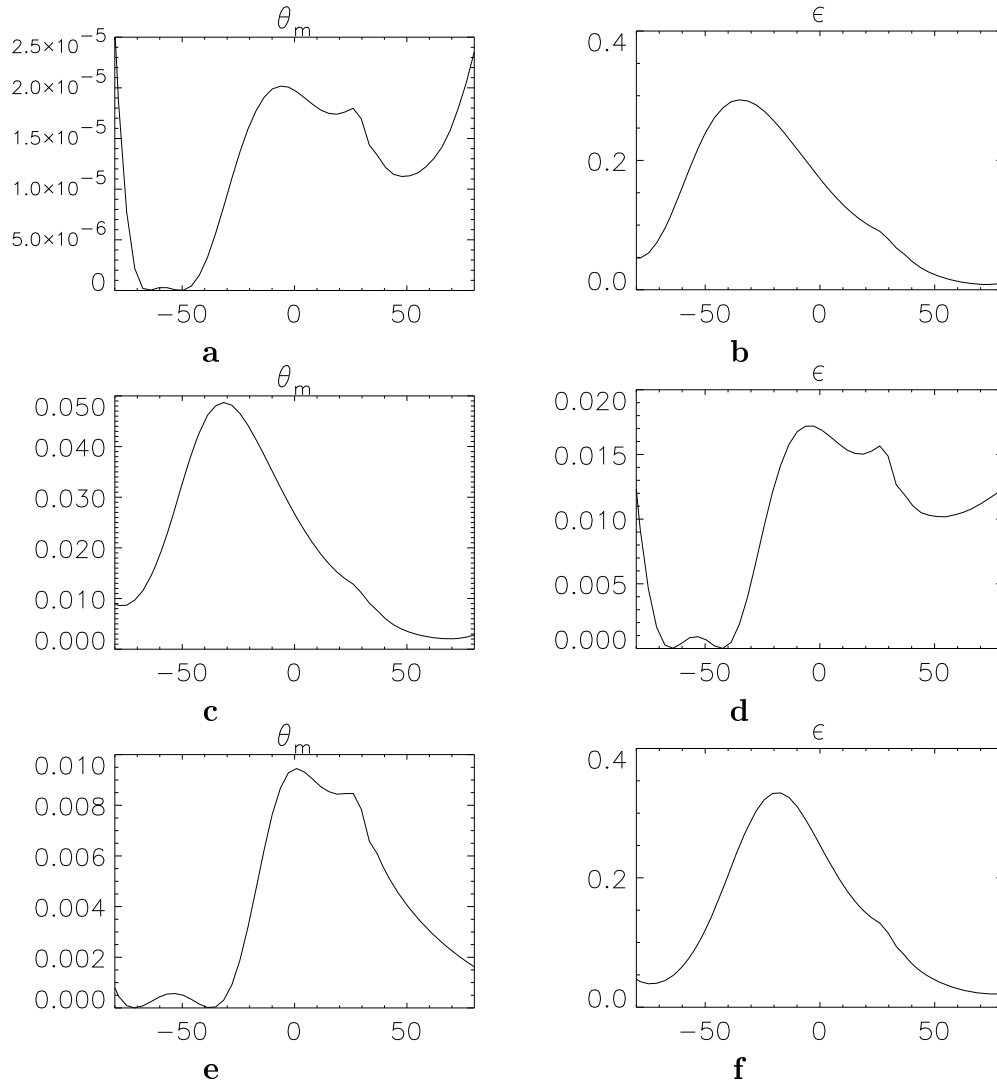


FIG. 3.9 – Sensibilité à l’orientation des feuilles, dans le plan principal.
 1^{ère} ligne : $\Psi(\underline{\Omega}_V, \theta_m)$ (a) et $\Psi(\underline{\Omega}_V, \epsilon)$ (b), pour $\theta_m = 10^\circ$ et $\epsilon = 0.9$.
 2^{ème} ligne : $\Psi(\underline{\Omega}_V, \theta_m)$ (c) et $\Psi(\underline{\Omega}_V, \epsilon)$ (d), pour $\theta_m = 45^\circ$ et $\epsilon = 0.9$.
 3^{ème} ligne : $\Psi(\underline{\Omega}_V, \theta_m)$ (e) et $\Psi(\underline{\Omega}_V, \epsilon)$ (f), pour $\theta_m = 80^\circ$ et $\epsilon = 0.9$.

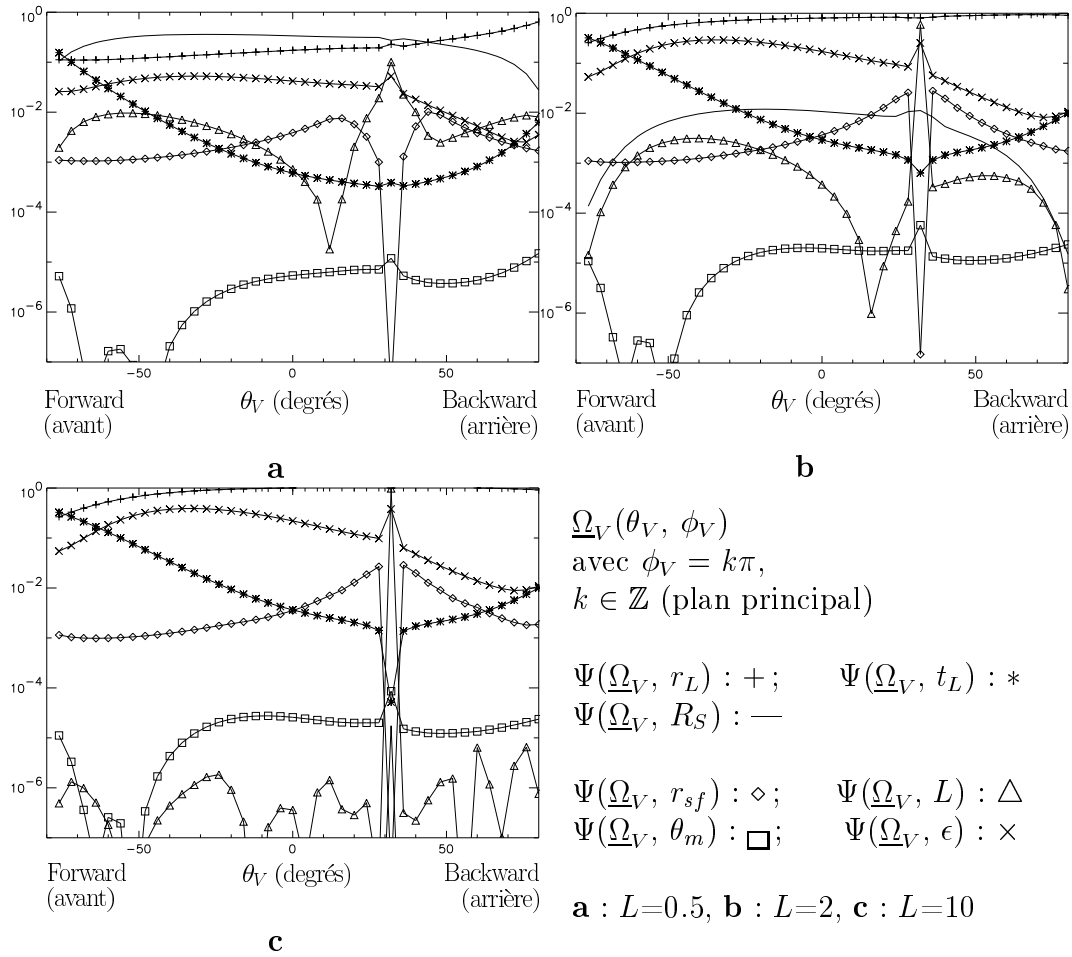


FIG. 3.10 – Profil des sensibilités des BRF aux paramètres de la végétation, pour une longueur d’onde visible, dans le plan principal ($\phi_V = 0^\circ$).

principal. Cependant, $\Psi(\underline{\Omega}_V, \theta_m)$ présente l’amplitude la plus faible, puisque inférieure à $1.5 \cdot 10^{-4}$. Par contre, $\Psi(\underline{\Omega}_V, \epsilon)$ est d’un ordre de grandeur beaucoup plus important (entre 0.005 et 0.5 environ), le maximum de $\Psi(\underline{\Omega}_V, \epsilon)$ est dans la direction de diffusion avant.

3.2.1.3 Comparaison des sensibilités dans le plan principal

Nous choisissons le plan principal comme plan de référence pour comparer les ordres de grandeur des sensibilités par rapport à chaque paramètre du modèle. L’analyse des sensibilités dans le plan principal permet de réaliser une synthèse des différents ordres de grandeur ainsi que de la dépendance des sensibilités aux caractéristiques du couvert. Les figures 3.10 et 3.11 représentent la sensibilité $\Psi(\underline{\Omega}_V, m_j)$ dans le plan principal, pour le rouge et le proche infrarouge, respectivement.

Pour chaque figure, on a calculé les sensibilités pour trois valeurs du LAI, $L = 0.5, 2$ et 10 .

Les ordres de grandeurs des sensibilités $\Psi(\theta_V, m_j)$ dépendent principalement de chaque paramètre m_j et dans une moindre mesure de l’angle zénithal

Comparai-
son des
ordres de
grandeur,
fig. 3.10
et 3.11

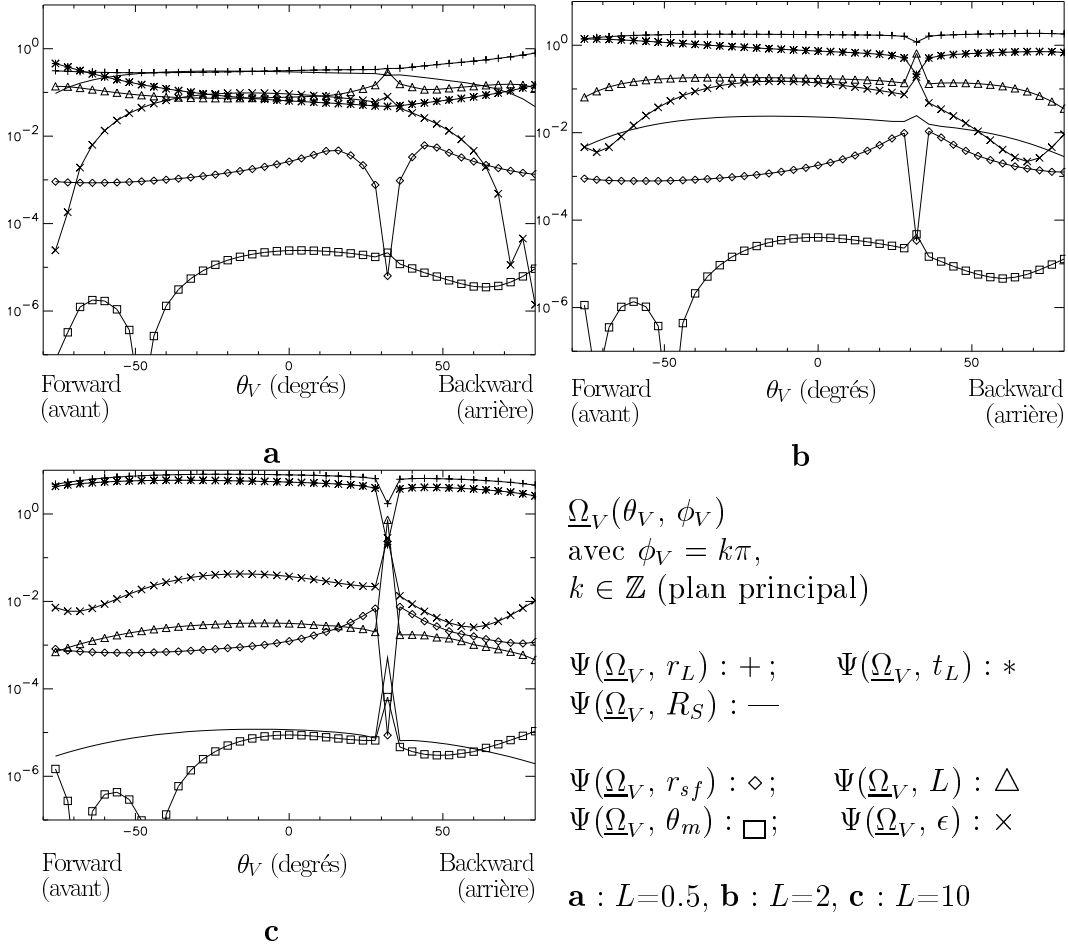


FIG. 3.11 – Profil des sensibilités des BRF aux paramètres de la végétation, pour une longueur d’onde du proche infrarouge, dans le plan principal. Même légende que la figure 3.10.

d'observation θ_V .

La sensibilité $\Psi(\theta_V, r_L)$ des BRF à la réflectance des feuilles est celle qui est la plus importante dans une majorité de cas. Plus précisément, $\Psi(\theta_V, r_L)$ représente la plus grande sensibilité pour une valeur $L = 2$ ou 10 du LAI, pour toutes les directions d'observation, à la fois pour le rouge et le proche infrarouge. Seule exception, pour un LAI très fin : $\Psi(\theta_V, R_S)$ est supérieure à $\Psi(\theta_V, r_L)$ dans la direction de diffusion avant et jusqu'à 40° dans la direction de diffusion arrière, car dans ce cas le rayonnement réfléchi par le sol est très peu atténué par les feuilles. En ce qui concerne sa dépendance à la longueur d'onde, la valeur de $\Psi(\underline{\Omega}_V, r_L)$ est plus importante dans le proche infrarouge que dans le rouge, *i.e.* $\Psi(\underline{\Omega}_V, r_L)$ augmente avec r_L .

Dans le visible, $\Psi(\theta_V, t_L)$ décroît d'environ 10^{-1} jusqu'à $10^{-3} \sim 10^{-4}$, autour de la direction $\theta_V = \theta_0$, et figure parmi les valeurs les plus faibles. Au contraire dans le proche infrarouge, la sensibilité à la transmittance est plus élevée, et se rapproche de celle de $\Psi(\theta_V, r_L)$ quand L augmente ($\Psi(\theta_V, t_L) \geq 1$, fig. 3.11 b et c). Dans le proche infrarouge, le maximum de $\Psi(\theta_V, t_L)$ augmente avec l'épaisseur optique d'une manière plus importante que dans le rouge, c'est-à-dire avec la quantité de feuilles (fig. 3.11).

Lorsque L augmente, $\Psi(\theta_V, t_L)$ tend vers $\Psi(\theta_V, r_L)$ (fig. 3.11). On note en outre que dans le proche infrarouge, la décroissance de $\Psi(\theta_V, t_L)$ est moins importante que dans le rouge, le minimum étant de l'ordre de 10^{-1} . De plus, $\Psi(\theta_V, t_L)$ dépend moins de θ_V dans le proche infrarouge que dans le visible.

La valeur de $\Psi(\theta_V, R_S)$ dépend directement de l'épaisseur du couvert. Pour un couvert fin ($L = 0.5$), la valeur de $\Psi(\theta_V, R_S)$ est d'un ordre de grandeur comparable à celle de $\Psi(\theta_V, r_L)$ dans la direction de diffusion avant, et plus faible pour les directions de diffusion arrière. Pour un LAI moyen ($L = 2$) la valeur de $\Psi(\theta_V, R_S)$ décroît d'environ un facteur 10 par rapport à celle observée pour $L = 0.5$, dans le rouge. Pour un LAI très important ($L = 10$), $\Psi(\theta_V, R_S)$ est nulle dans le rouge et proche de 10^{-5} dans le proche infrarouge.

D'une manière générale, la sensibilité aux paramètres optiques augmente de manière importante quand on passe du visible au proche infrarouge. Cependant, les profils de sensibilité en fonction de la direction d'observation demeurent les mêmes pour le rouge et le proche infrarouge.

Autour de la direction du *hot spot*, la décroissance de $\Psi(\theta_V, r_{sf})$ est plus rapide quand L augmente. Cette transition est relativement "lisse" pour $L = 0.5$, mais se présente comme une discontinuité pour $L = 2$ et $L = 10$. L'allure générale de $\Psi(\theta_V, r_{sf})$ varie peu avec le LAI, ou la longueur d'onde (excepté le minimum dans la direction du *hot spot*).

On note le comportement particulier des diverses sensibilités dans la direction $\underline{\Omega}_0$ du soleil. Ainsi, alors que $\Psi(\underline{\Omega}_0, R_S)$, $\Psi(\underline{\Omega}_0, L)$ exhibent des maxima locaux, ce n'est pas le cas pour $\Psi(\underline{\Omega}_0, r_L)$ et $\Psi(\underline{\Omega}_0, t_L)$ qui présentent un minimum local. Ce léger minimum indique que le rôle joué par les caractéristiques

Direction
solaire

optiques des feuilles dans le rayonnement est un peu moins important dans la direction solaire que dans les directions voisines. La raison est que dans la direction solaire, le rayonnement diffusé provient essentiellement de l'effet de *hot spot*, alors que dans les directions voisines, c'est la diffusion par les feuilles qui l'emporte. Cependant, la figure 3.10.a montre un comportement opposé dans le cas d'un couvert très fin ($L = 0.5$), pour lequel $\Psi(\underline{\Omega}_0, r_L)$ et $\Psi(\underline{\Omega}_0, t_L)$ correspondent à un maximum local. Ceci souligne le fait que pour un couvert très fin, la diffusion dans la direction $\underline{\Omega}_0$ dépend moins du *hot spot* que de la diffusion des feuilles, car la quantité de feuilles n'est plus suffisante.

L'analyse des sensibilités montre donc, d'une manière simplifiée, que l'information relative à chaque paramètre dépend surtout de la direction de visée et du paramètre. On voit cependant que les effets des autres paramètres ne sont pas forcément négligeables ; il faut donc compléter cette analyse par l'étude des corrélations entre les sensibilités.

3.2.2 Corrélations des sensibilités

Configura-
tion
d'échan-
tillonnage
directionnel

Jusqu'à présent, nous nous sommes intéressé aux sensibilités pour différentes directions d'observation. Cependant, lors de la résolution du problème inverse, on utilise simultanément plusieurs directions de visées. La restitution des paramètres de la végétation dépend donc simultanément de l'ensemble des mesures échantillonnées. Les termes hors diagonale de la matrice 3.2, qui contiennent les termes de covariance des sensibilités, représentent l'effet moyen de la contribution des mesures sur le contenu en information. Nous analysons cet effet à l'aide de coefficients de corrélation (éq. 3.4). Les termes de corrélation ne peuvent être évalués que si la somme $\sum_{i=1}^{n_{mes}} \partial \ln g_i / \partial \ln m_{j_1} \times \partial \ln g_i / \partial \ln m_{j_2}$ est elle-même évaluée. Par conséquent, il est nécessaire de choisir un échantillonnage de mesure pour pouvoir calculer les coefficients de corrélation. Nous avons fixé différents cas extrêmes de configurations de satellites (voir le tableau 3.2). Toutes ces configurations correspondent à un échantillonnage angulaire dans le plan principal :

- **Forward** correspond aux angles de diffusion avant (angles zénithaux dans la direction opposée au soleil) ;
- **Backward** même angles que **Forward** mais dans la direction de diffusion arrière ;
- **Nadir** est un ensemble d'angles sélectionnés de part et d'autre du nadir (direction solaire et direction opposée) pour des angles inférieur à 40° ;
- **Equi** est un ensemble d'angles compris entre 68° dans la direction opposée au soleil et 60° dans la direction du soleil ;
- **MISR** représente des angles proches de la configuration angulaire du satellite MISR.

Un satellite comme POLDER offre un échantillonnage directionnel de 12 à 14 angles pour le même pixel, sur l'ensemble des directions de diffusion. Cet instrument est donc susceptible de fournir un échantillonnage des données semblable aux échantillonnages **Equi** et **MISR**.

TAB. 3.2 – Configurations tests de satellites, correspondant à différents cas extrêmes : uniquement dans la direction de diffusion avant (**Forward**), uniquement dans la direction de diffusion arrière (**Backward**), pour des angles autour de la direction verticale et inférieurs à 32° (**Nadir**), des angles répartis entre 68° dans la direction de diffusion avant et 60° dans la direction de diffusion arrière (**Equi**), et des angles proches de ceux choisis pour l'instrument MISR (**MISR**).

Nom	Angles								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Forward(F)	-68°	-60°	-52°	-44°	-36°	-28°	-20°	-12°	-4°
Backward(B)	4°	12°	20°	28°	36°	44°	52°	60°	68°
Nadir(N)	-32°	-24°	-16°	-8°	0°	8°	16°	24°	32°
Equi(E)	-68°	-52°	-36°	-20°	-4°	12°	28°	44°	60°
MISR(M)	-72°	-60°	-44°	-24°	0°	24°	44°	60°	72°

Les coefficients de corrélation $\alpha(m_i, m_j)$ dépendent principalement des configurations d'observations, *i.e.* du choix de l'ensemble des directions $\underline{\Omega}_V$. Chacune des figures 3.12 à 3.16 présente les valeurs de $\alpha(m_i, m_j)$ pour une configuration d'échantillonnage directionnel donné, à la fois pour le rouge et le proche infrarouge.

Avec la configuration **Forward**, les coefficients de corrélation $\alpha(L, m_i)$ sont négatifs pour tous les paramètres m_i ($m_i \neq L$) et dans toutes les configurations (fig. 3.12), sauf $\alpha(L, t_L)$ pour $L = 10$. Tous les autres termes de corrélation sont proches de ± 1 pour $L = 0.5$ et $L = 2$. Dans le cas $L = 10$, les coefficients $\alpha(L, m_i)$ décroissent entre 0.4 et 0.3 du fait de la diminution de la sensibilité $\Psi(\underline{\Omega}_V, L)$ pour $L = 10$ (fig. 3.10.c). Forward

Pour la configuration **Backward**, tous les coefficients de corrélation sont positifs, à l'exception des coefficients $\alpha(L, m_i)$ pour $L = 10$ (fig. 3.13). La valeur des coefficients de corrélation est particulièrement importante pour $L = 0.5$ (fig. 3.13.a). Pour des LAI plus importants, les coefficients de corrélation $\alpha(m_i, m_j)$ pour $m_i \neq m_j \neq L$ demeurent proches de 1. Les coefficients $\alpha(L, m_i)$ diminuent quand L augmente et pour $L = 10$ les coefficients $\alpha(L, m_i)$ sont proches de -0.3. Backward

La configuration **Nadir** présente des coefficients $\alpha(m_i, m_j)$ proches de 1 pour $m_i \neq m_j \neq L$, pour $L = 0.5$, alors que les coefficients $\alpha(L, m_j)$ varient entre ± 0.3 . Pour un LAI $L = 2$, les coefficients $\alpha(L, m_i)$ varient entre 0 et 0.5. Pour un LAI $L = 10$, plusieurs coefficients sont quasiment nuls : $\alpha(R_S, t_L)$, $\alpha(r_{sf}, L)$, $\alpha(t_L, L)$, $\alpha(r_{sf}, R_S)$. La nullité de ces coefficients provient très certainement du fait que $\Psi(\underline{\Omega}_V, R_S)$ et $\Psi(\underline{\Omega}_V, L)$ s'annulent pour $L = 10$ (fig.3.10.c). Pour $L = 10$, les autres coefficients varient entre 0.4 et 1. Nadir

Les configurations **Equi** et **MISR** correspondent à des échantillonnages dans le plan principal entre $\pm 80^\circ$. Elles sont donc très semblables, pour $L = 0.5$ et $L = 2$. Les coefficients de corrélation $\alpha(m_i, m_j)$ sont positifs alors que les Equi et
MISR

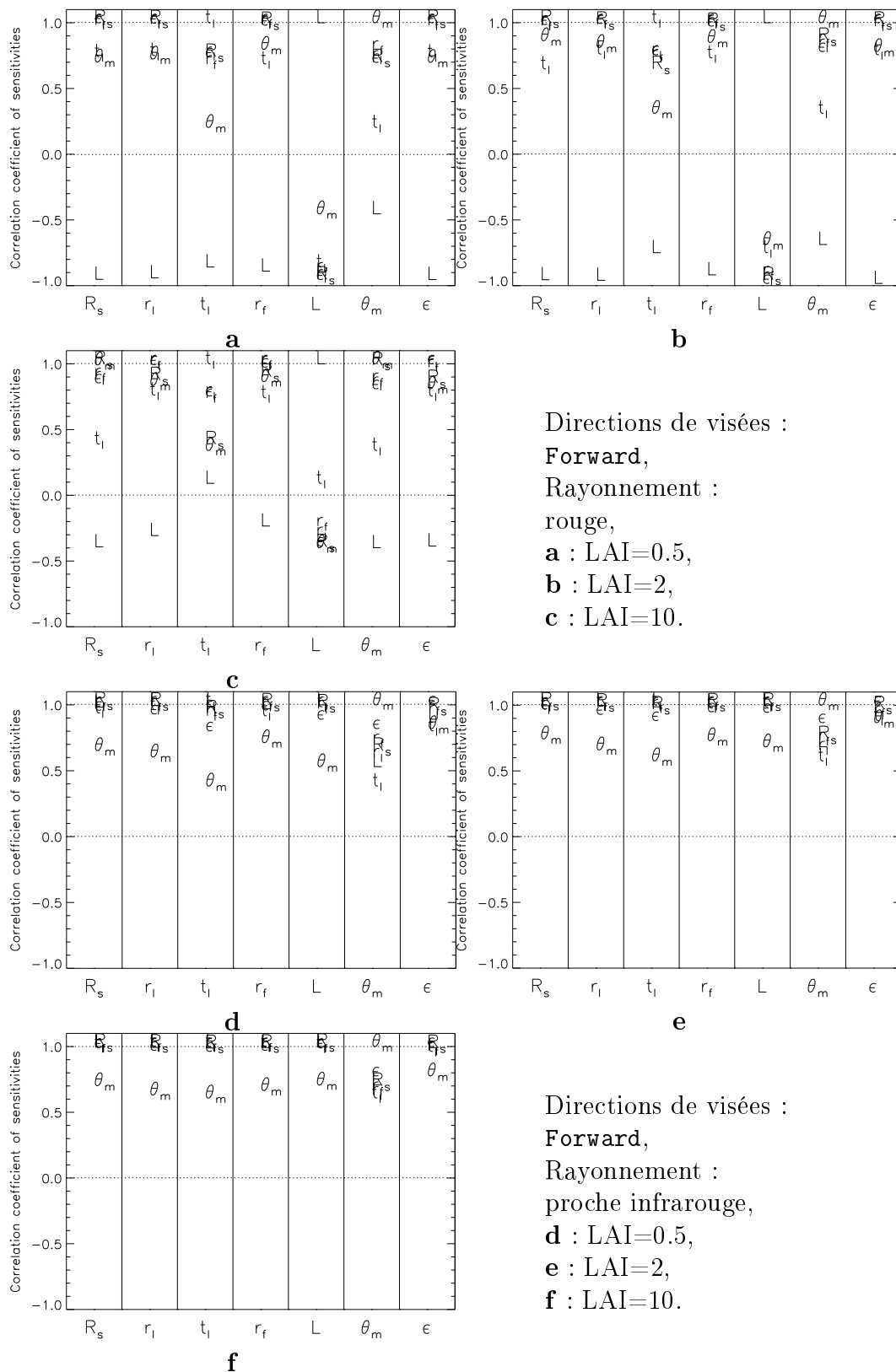


FIG. 3.12 – Corrélation des sensibilités des BRF, pour un échantillonnage directionnel dans les directions de diffusion avant, pour le rouge (fig. **a**, **b** et **c**) et le proche infrarouge (fig. **d**, **e** et **f**). Dans chaque colonne on indique la corrélation d'une sensibilité (dont le nom est indiqué sous la colonne) avec les autres sensibilités (nom reporté dans la colonne).

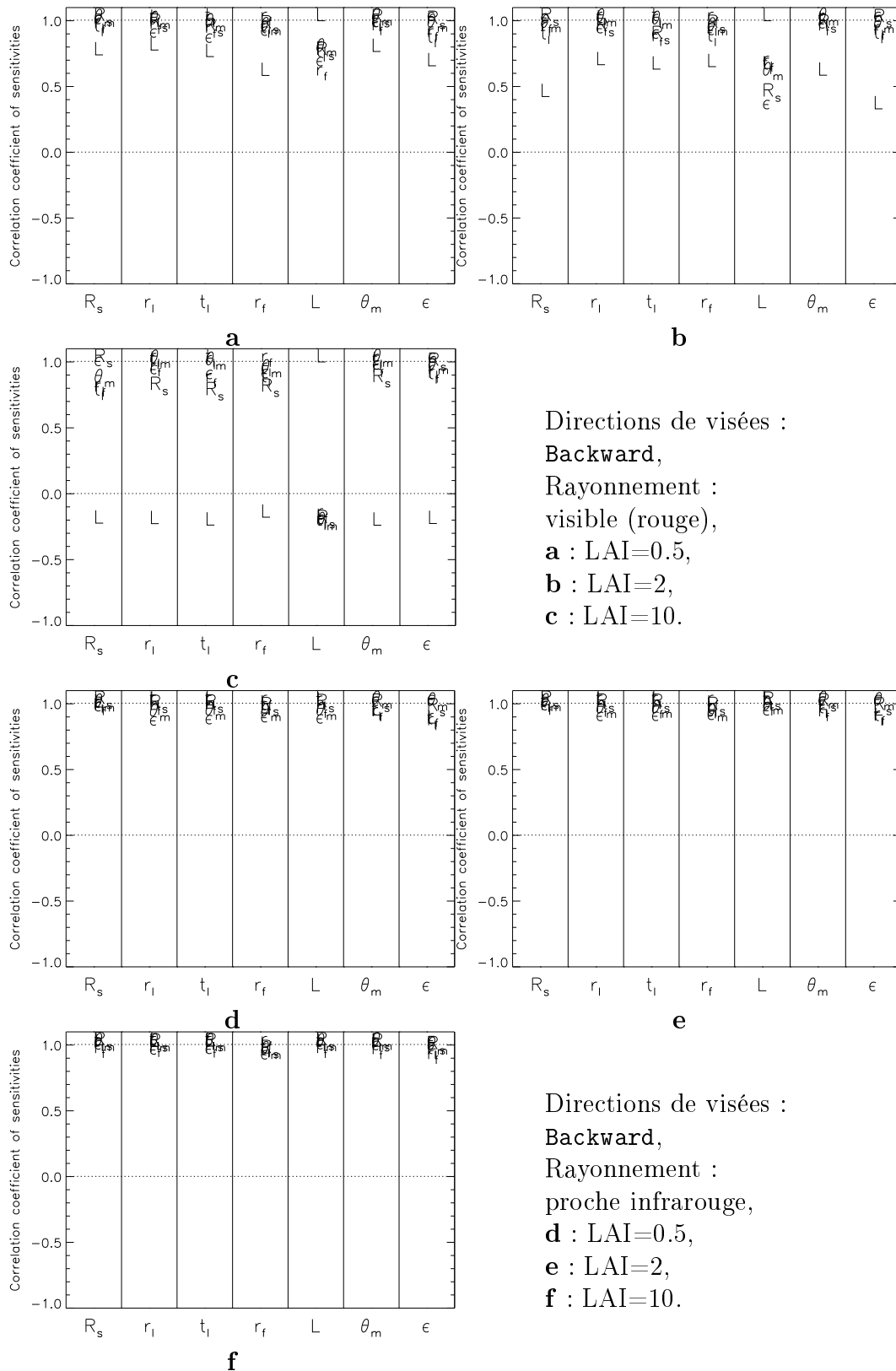


FIG. 3.13 – Corrélation des sensibilités des BRF, pour un échantillonnage directionnel dans les directions de diffusion arrière, pour le rouge (fig. a, b et c) et le proche infrarouge (fig. d, e et f). Même légende que la figure 3.12.

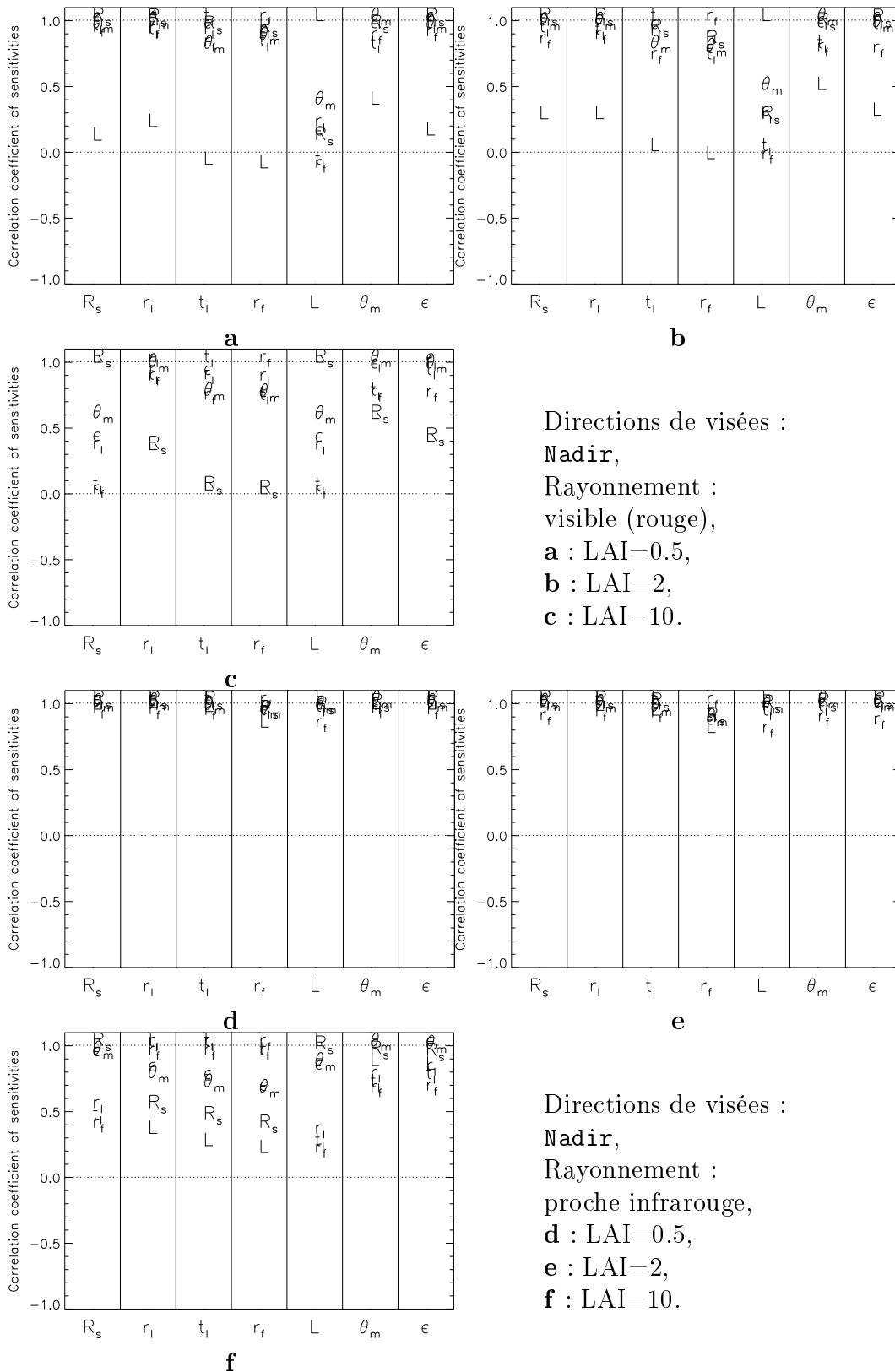


FIG. 3.14 – Corrélation des sensibilités des BRF, pour un échantillonnage directionnel autour du Nadir ($\pm 40^\circ$), pour le rouge (fig. **a**, **b** et **c**) et le proche infrarouge (fig. **d**, **e** et **f**). Même légende que la figure 3.12.

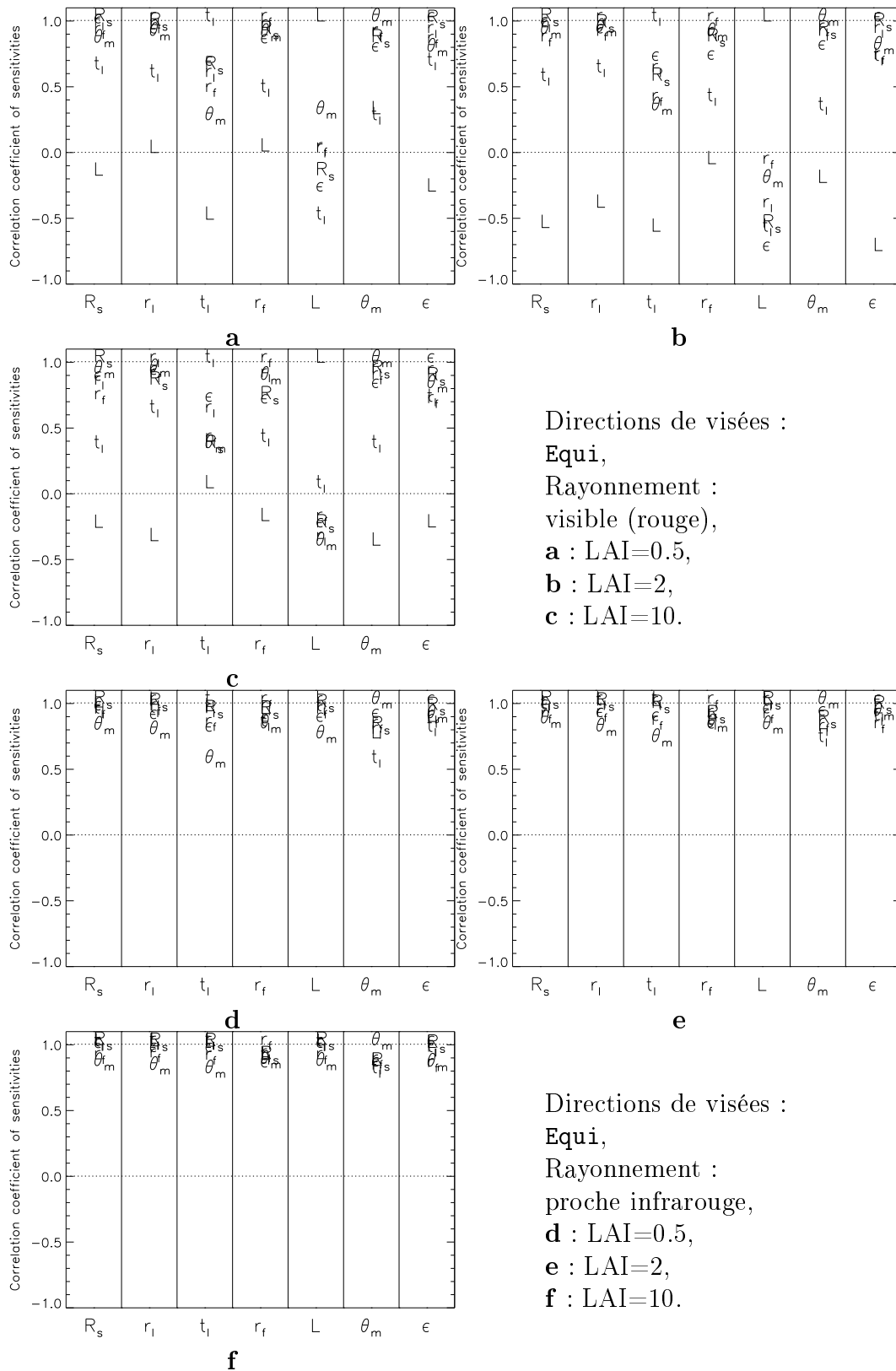


FIG. 3.15 – Corrélation des sensibilités des BRF, pour un échantillonnage directionnel régulièrement réparti dans le plan principal, pour le rouge (fig. **a**, **b** et **c**) et le proche infrarouge (fig. **d**, **e** et **f**). Même légende que la figure 3.12.

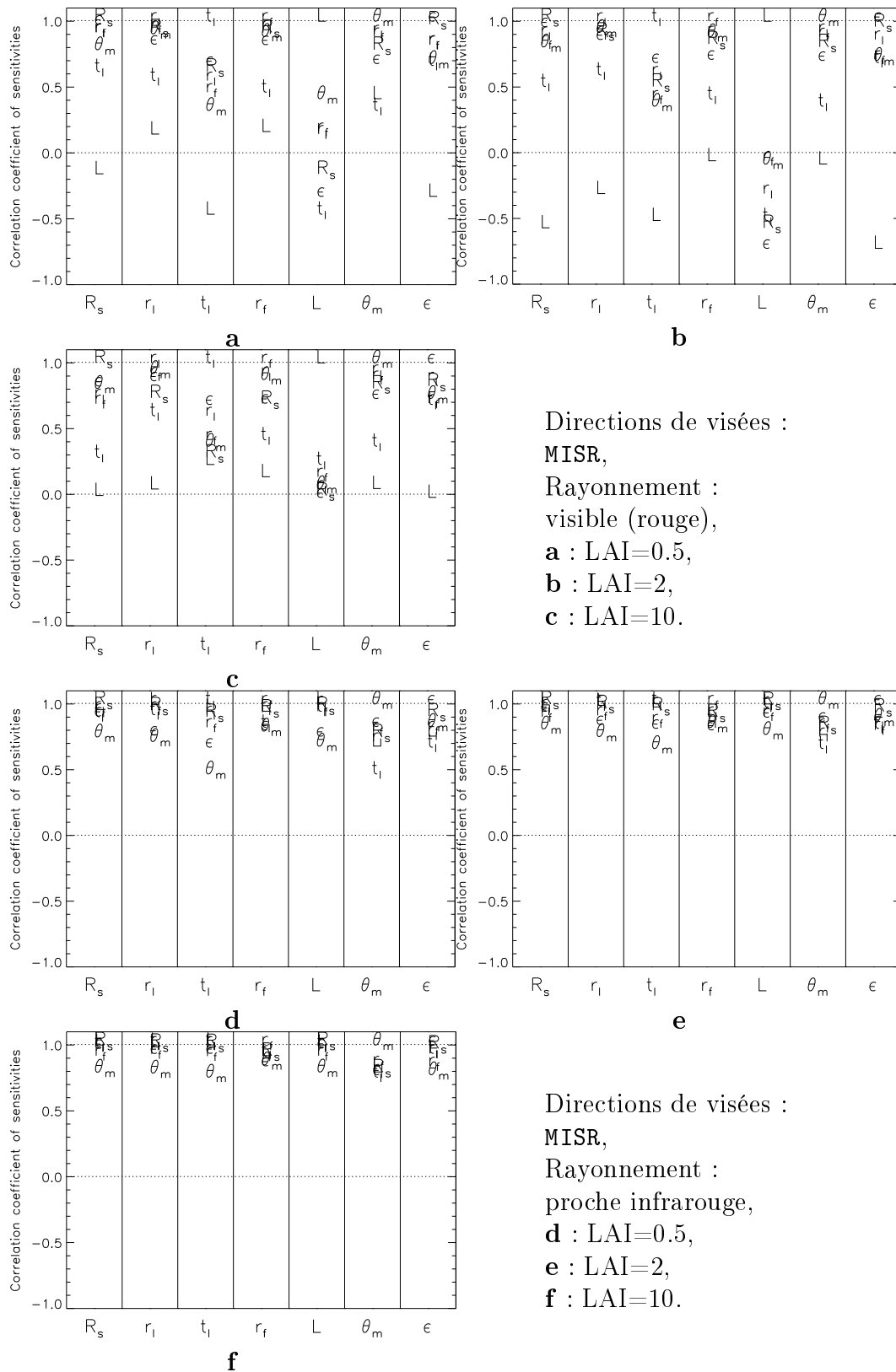


FIG. 3.16 – Corrélation des sensibilités des BRF, pour un échantillonnage directionnel correspondant au satellite MISR, et une longueur d'onde visible. Même légende que la figure 3.12.

coefficients $\alpha(L, m_i)$ sont négatifs ou proches de 0 pour **Equi**. Pour **MISR**, les valeurs des coefficients sont comparables à ceux de la configuration **Equi**, sauf $\alpha(r_L, L)$ et $\alpha(r_{sf}, L)$ positifs pour $L = 0.5$ et les corrélations $\alpha(L, m_i)$ s'annulent pour $L = 10$.

Les configurations **Forward** et **Backward** sont celles qui présentent les corrélations les plus importantes, *i.e.* les plus proches de 1 en valeur absolue. Au contraire, les configurations **Nadir**, **MISR** and **Equi** présentent une plus large gamme de valeurs pour les coefficients de corrélation.

3.3 Incertitude sur les paramètres estimés

Nous désirons obtenir une estimation de $\Delta(m_i) = \sqrt{\{(\mathbf{U}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{U})^{-1}\}_{ii}}$ pour différentes configurations de satellites. Pour cela, plutôt que d'inverser des mesures de BRF (nous ne sommes pas certains d'y parvenir facilement!), nous choisissons des valeurs typiques de paramètres \mathbf{m} de végétation et nous calculons une estimation de l'incertitude $\Delta(m_i)$. Le choix de ces paramètres permet de calculer les dérivées $\mathbf{U}_{ij} = \partial \ln R_i / \partial \ln m_j$.

Nous faisons l'hypothèse simplificatrice $\mathbf{W} = \varepsilon_D \mathbf{I}$, où ε_D représente l'erreur instrumentale indépendante de la mesure. Par conséquent, $\Delta(m_i) = \varepsilon_D \sqrt{\{(\mathbf{U}^T \mathbf{U})^{-1}\}_{ii}}$, et donc le terme $\sqrt{\{(\mathbf{U}^T \mathbf{U})^{-1}\}_{ii}}$ représente l'amplification de l'erreur instrumentale ε_D .

Les figures 3.17 et 3.18 montrent les coefficients d'amplification d'erreur dans le visible pour des angles solaires zénithaux de $\theta_0 = 32^\circ$ et $\theta_0 = 60^\circ$ respectivement. Les figures 3.19 et 3.20 correspondent au proche infrarouge pour des angles solaires zénithaux de $\theta_0 = 32^\circ$ et $\theta_0 = 60^\circ$ respectivement.

Les amplifications d'erreurs les plus faibles sont obtenues pour les paramètres r_L et t_L . Le fait que les valeurs obtenues pour t_L soient légèrement meilleures que pour r_L malgré la sensibilité plus élevée pour r_L provient de ce que les corrélations $\alpha(t_L, m_i)$ ont une valeur un peu moins importantes que $\alpha(r_L, m_i)$ (fig. 3.16.a, fig. 3.16.b et fig 3.16.c), ce qui se répercute sur le coefficient d'amplification d'erreur.

Si l'on considère simultanément les configurations **MISR** et **Equi**, les coefficients d'amplification d'erreur sont encadrés comme suit :

- dans le rouge, $\theta_0 = 32^\circ$: $1.5 < \frac{\Delta(r_L)}{\varepsilon_D} < 35$ et $1 < \frac{\Delta(t_L)}{\varepsilon_D} < 40$;
- dans le rouge, $\theta_0 = 60^\circ$: $2 < \frac{\Delta(r_L)}{\varepsilon_D} < 80$ et $1 < \frac{\Delta(t_L)}{\varepsilon_D} < 70$;
- dans le proche infrarouge, $\theta_0 = 32^\circ$: $2 < \frac{\Delta(r_L)}{\varepsilon_D} < 30$ et $2 < \frac{\Delta(t_L)}{\varepsilon_D} < 10$;
- dans le proche infrarouge, $\theta_0 = 60^\circ$: $8 < \frac{\Delta(r_L)}{\varepsilon_D} < 40$ et $3 < \frac{\Delta(t_L)}{\varepsilon_D} < 20$.

Pour les autres paramètres, l'amplification d'erreur est un peu plus importante que pour r_L et t_L . En particulier, pour r_{sf} , la valeur minimale de $\Delta(r_{sf})$ est de 10 pour le visible et un soleil à $\theta_0 = 32^\circ$, et 100 pour le proche infrarouge et un soleil à $\theta_0 = 60^\circ$.

Les configurations **Equi** et **MISR** offrent un échantillonnage regroupant des termes de sensibilité importants qui en outre sont peu corrélés.

Les configurations **Forward**, **Nadir** et **Backward** présentent des amplifications d’erreurs très importantes (>100) dans un grand nombre de cas.

Le coefficient d’amplification de l’erreur expérimentale est donc la résultante des contributions à la fois des sensibilités et des termes de corrélation.

3.4 Résolution numérique du problème inverse

Jusqu’à présent, nous avons étudié les erreurs résultant d’un manque d’informations “physiques”. Nous nous intéressons à présent aux problèmes de résolution numérique. Ces deux problèmes sont liés dans la mesure où ils contribuent à augmenter l’incertitude sur les paramètres restitués, voire à rendre l’inversion impossible.

3.4.1 Matrice mal conditionnée

Pour évaluer la possibilité de résoudre numériquement le problème, nous calculons le nombre de conditionnement $\text{cond}(\mathbf{U}^T\mathbf{U})$ défini page 64, où $\mathbf{U}^T\mathbf{U}$ représente une approximation linéaire de la matrice hessienne, dans l’algorithme 2.20. Afin de pouvoir résoudre le problème inverse, il est nécessaire de calculer $(\mathbf{U}^T\mathbf{U})^{-1}$. Lorsque la matrice $\mathbf{U}^T\mathbf{U}$ est mal conditionnée, la résolution du système d’équations du problème inverse est difficile, voire impossible.

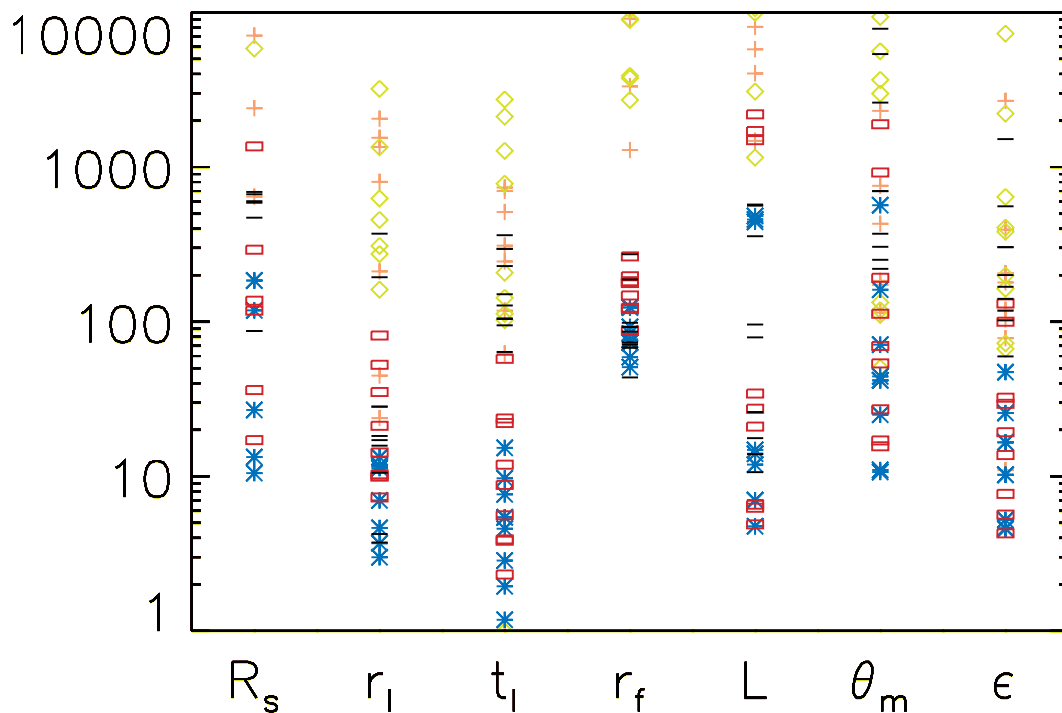
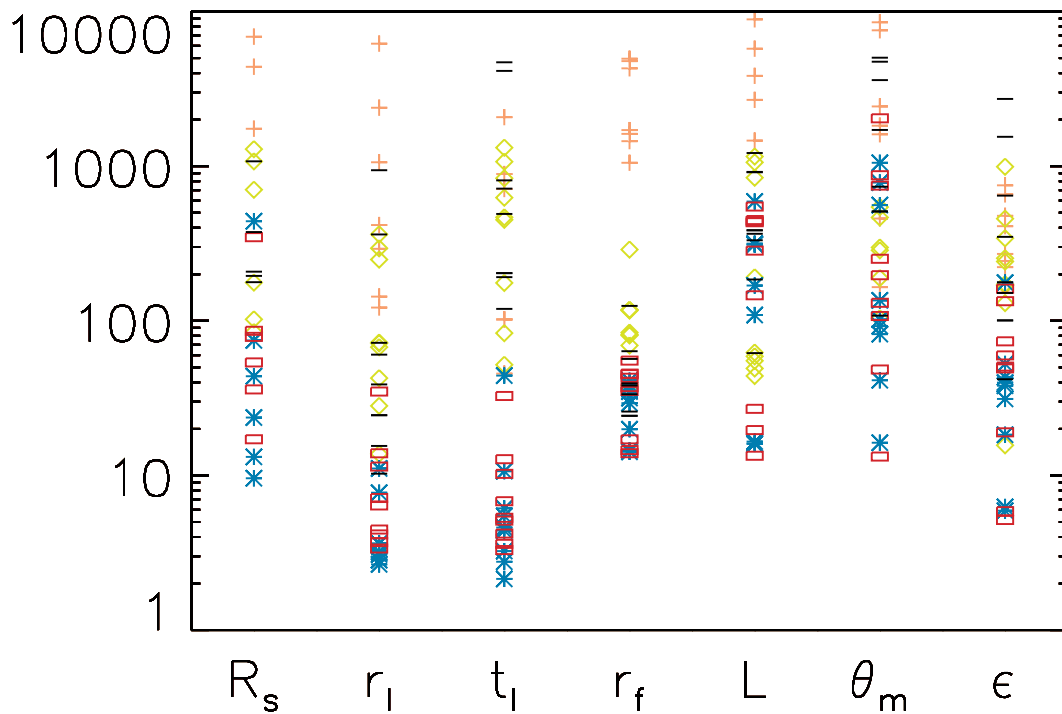
Le tableau 3.3 présente les résultats de ce calcul pour chacune des configurations d’échantillonnage directionnel, pour le rouge et le proche infrarouge, $\theta_0 = 32^\circ$ et $\theta_0 = 60^\circ$.

La matrice $\mathbf{U}^T\mathbf{U}$ est mal conditionnée dans tous les cas ($\text{cond}(\mathbf{U}^T\mathbf{U})$ grand devant 1). Les meilleures valeurs sont obtenues pour **MISR** et **Equi**, spécialement pour $L = 0.5$ et $\theta_M = 45^\circ$. Les plus mauvaises valeurs sont obtenues pour les configurations **Forward** et **Backward**. Ceci est à l’origine de difficultés de convergence et explique que l’obtention des paramètres de végétation \mathbf{m} est incertaine.

La résolution du problème inverse est donc pratiquement impossible à réaliser de manière précise, si l’on se contente de résoudre un système d’équations du type $\mathbf{m} = \mathbf{A}^{-1}g$. Il est donc impératif soit de régulariser le problème, par exemple en transformant le système d’équations (donc les matrices) de sorte que les erreurs numériques soient moins amplifiées, soit de procéder autrement. Une autre méthode consiste à indiquer une approximation de la solution. La formulation 2.20 montre comment tenir compte d’informations *a priori*.

3.4.2 Apport d’informations *a priori*

Afin d’illustrer l’intérêt de l’ajout d’informations nous choisissons d’inverser une scène une première fois sans disposer d’information *a priori* (fig. 3.21.a), puis de recommencer l’expérience en ajoutant des informations (fig. 3.21.b). Tout l’intérêt de cette expérience est de montrer que l’ajout d’informations



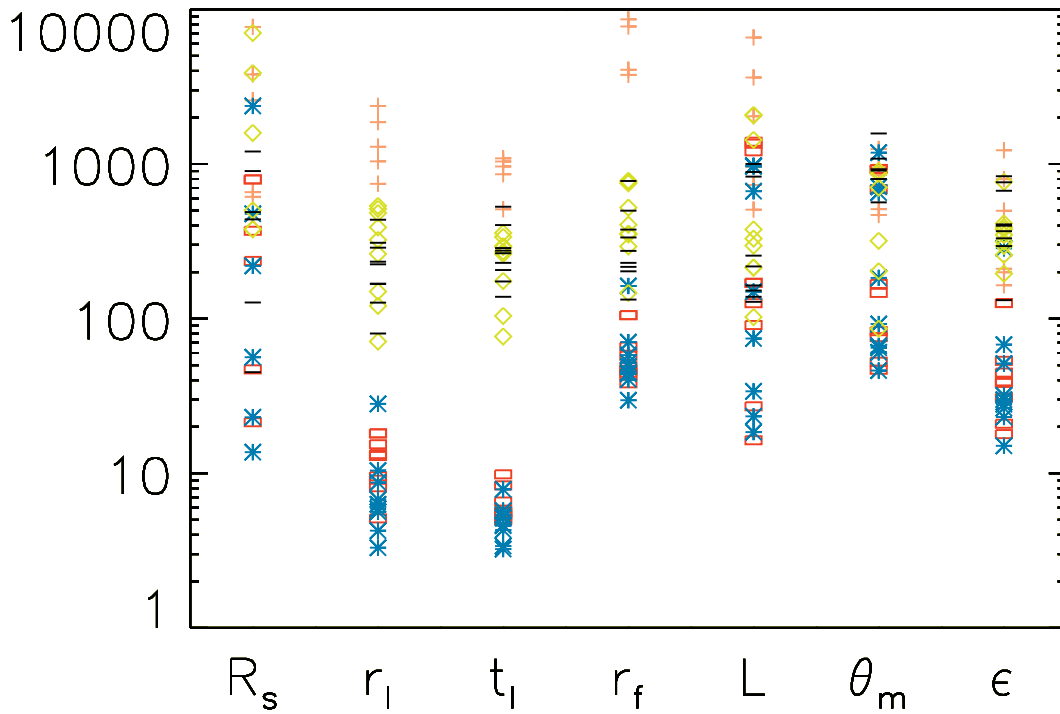


FIG. 3.19 – Amplification des erreurs de mesures pour les paramètres estimés, pour différentes configurations de satellites (voir table 3.2). L'angle zénithal solaire est de 32° , proche infrarouge.

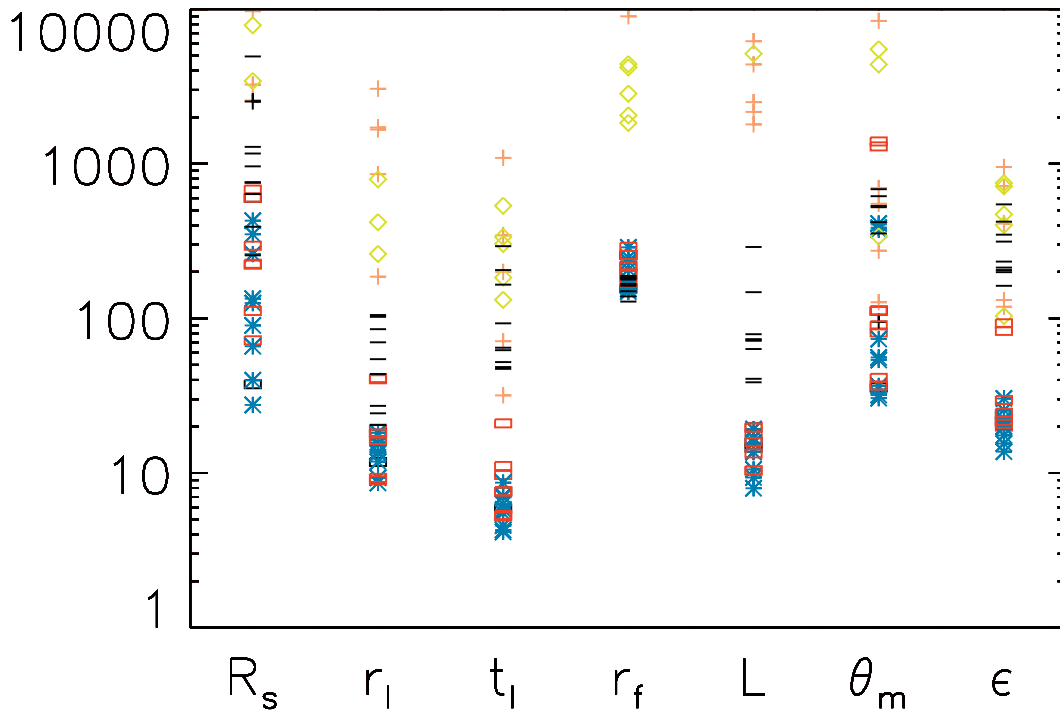


FIG. 3.20 – Amplification des erreurs de mesures pour les paramètres estimés, pour différentes configurations de satellites (voir table 3.2). L'angle zénithal solaire est de 60° , proche infrarouge.

TAB. 3.3 – Nombre de conditionnement pour différentes conditions d’observations (longueurs d’ondes, angles solaires, angles de visée). Les longueurs d’onde sont le rouge et le proche infrarouge, les angles zénithaux solaire sont de 32° et 60° . On observe la végétation avec les configurations décrites dans le tableau 3.2. L’orientation du feuillage vaut $\theta_m = 10^\circ, 45^\circ, 80^\circ$, et le LAI vaut 0.5, 2 et 10. À chaque condition d’observation correspondent 3 types d’orientation de feuilles, et trois LAI. On a reporté en gras la **valeur** la plus petite du nombre de conditionnement et souligné la **valeur** la plus grande.

	$\theta_m = 10^\circ$			$\theta_m = 45^\circ$			$\theta_m = 80^\circ$		
LAI:	0.5	2	10	0.5	2	10	0.5	2	10
Rouge ; $\theta_0 = 32^\circ$									
F	111864	38299	<u>4.02E⁰⁷</u>	<u>31319</u>	<u>12998</u>	<u>1.12E⁰⁷</u>	<u>29614</u>	<u>51587</u>	<u>1.25E⁰⁷</u>
B	<u>161047</u>	14065	6.03E ⁰⁶	12979	4627	3.01E ⁰⁶	14811	5981	598140
E	4375	2613	1.30E ⁰⁶	553	910	556634	331	502	229583
N	85180	<u>57271</u>	905792	3356	3181	668160	1735	2139	549219
M	2200	2931	1.24E ⁰⁶	228	582	626516	216	371	221680
Proche infrarouge ; $\theta_0 = 32^\circ$									
F	<u>184677</u>	<u>195293</u>	<u>1.02E⁰⁷</u>	<u>13762</u>	<u>67334</u>	<u>5.87E⁰⁶</u>	<u>51535</u>	<u>142298</u>	<u>5.75E⁰⁶</u>
B	54193	107578	285210	3089	3784	256648	4496	6144	167233
E	7560	5511	290377	479	2065	263164	249	1324	215209
N	41280	54785	847716	3055	20980	809432	2933	8076	633964
M	3193	12532	157751	276	2626	158424	196	1206	154217
Rouge ; $\theta_0 = 60^\circ$									
F	93046	<u>166456</u>	<u>2.30E⁰⁷</u>	<u>49641</u>	<u>68567</u>	1.28E ⁰⁷	<u>101608</u>	<u>46028</u>	1.74E ⁰⁷
B	78551	22920	960707	6301	1807	964719	1796	1782	636045
E	3757	4235	2.22E ⁰⁶	326	776	2.41E ⁰⁶	241	370	3.15E ⁰⁶
N	<u>141288</u>	162299	1.13E ⁰⁷	38830	46180	<u>2.82E⁰⁷</u>	19099	20506	<u>2.24E⁰⁷</u>
M	1116	594	649890	164	531	690863	179	322	664173
Proche infrarouge ; $\theta_0 = 60^\circ$									
F	911747	392391	<u>530853</u>	<u>272291</u>	215666	190276	<u>2.15E⁰⁶</u>	121884	83855
B	48059	50586	61169	3032	4031	7150	1895	6902	26919
E	4764	7555	14443	708	1364	3740	576	866	1909
N	<u>1.42E⁰⁶</u>	<u>818579</u>	316145	139542	<u>2.47E⁰⁶</u>	<u>286597</u>	65321	<u>166209</u>	<u>137391</u>
M	1490	1839	2660	623	1179	2852	650	791	1645

permet de résoudre un problème alors que cela n'est pas possible sans ces informations supplémentaires.

Figure
3.21.a

Pour cela, nous supposons que la valeur initiale de tous les paramètres est proche de leur valeur “vraie”, sauf la réflectance r_L des feuilles, pour laquelle $r_{L_{init}} = 0.4$ au lieu de $r_{L_{vraie}} = 0.075$ (valeur “vraie”). Comme nous l'avons montré dans la section 3.2.1, les BRF sont très sensibles à ce paramètre. Étant donné que la valeur initiale de la réflectance est très éloignée de sa valeur “vraie” et que les BRF dépendent principalement de ce paramètre, le rayonnement simulé à la première itération est très différent du rayonnement mesuré. Par conséquent, les autres paramètres sont modifiés, et s'éloignent de leur valeur “vraie”. Du fait de l'importante sensibilité $\Psi(\underline{\Omega}_V, r_L)$, le paramètre r_L converge vers sa valeur “vraie”. Les paramètres optiques ainsi que le LAI diminuent de manière à ce que la BRF simulée diminue. Les paramètres dont les valeurs initiales étaient proches de la valeur vraie convergent vers des valeurs assez éloignées de la solution. Seul t_L tend vers une valeur proche de sa valeur vraie. Ainsi, dans le cas 3.21.a, les paramètres convergent vers des valeurs assez éloignées de la solution. Notamment, la valeur de r_L converge vers 0.186 au lieu de 0.075. Le fait de choisir des valeurs initiales proches de la solution ne garantit pas la convergence.

Ajout d'in-
formation,
fig. 3.21.b

Au contraire, l'ajout d'informations supplémentaires permet de faire converger directement la valeur de r_L .

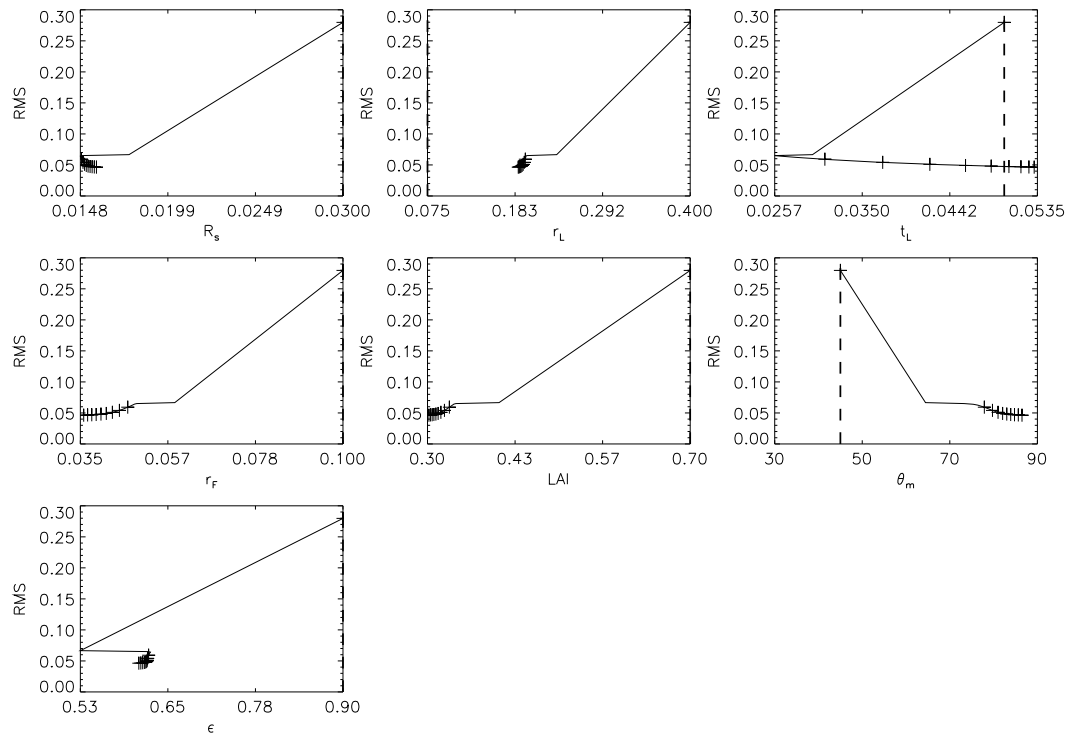
L'ajout d'information *a priori* nécessite de fournir une estimation \mathbf{m}^* de la valeurs des paramètres. On fournit de plus la matrice de covariance \mathbf{C} correspondant à l'incertitude de la valeur estimée *a priori* \mathbf{m}^* . Nous avons donné à chaque composante du vecteur \mathbf{m}^* la valeur vers laquelle chaque paramètre doit converger. Dans l'algorithme 2.4, ce sont les composantes des matrices \mathbf{W} et \mathbf{C} qui “décident” si le paramètre calculé à l'itération suivante dépend principalement des mesures ou des informations *a priori*. Ici se pose donc le problème du remplissage des matrices \mathbf{W} et \mathbf{C} :

1^{er} cas (peu fréquent) on sait évaluer \mathbf{C} et \mathbf{W} .

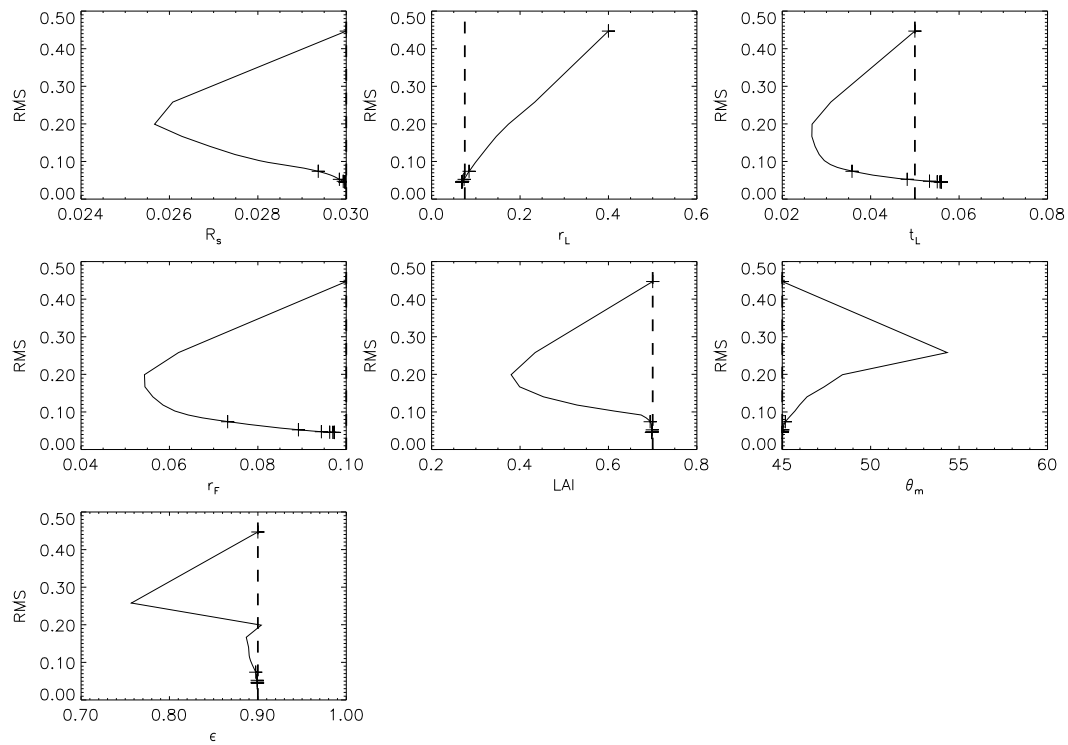
2^{ème} cas (plus fréquent) on ne connaît pas de méthode objective permettant d'évaluer simultanément \mathbf{W} et \mathbf{C} . On se contente de fournir des ordres de grandeurs. On cherche à faire en sorte que soit la partie écart mesures-modèles soit la partie écart modèle estimé-*a priori* l'emporte dans l'équation 2.4.

Ces deux cas ne sont pas tout à fait équivalents : si on peut se placer dans le premier cas, c'est la précision des mesures et la fiabilité des estimations qui fait en sorte que l'une ou l'autre des deux parties de l'équation 2.4 l'emporte. Quand on se place dans le deuxième, on décide arbitrairement que la convergence dépend préférentiellement de l'accord mesure/modèle ou des informations qu'on apporte.

On ajoute une information sur les paramètres, et on associe une valeur pour



a



b

FIG. 3.21 – Restitution de la réflectance des feuilles sans (a) et avec (b) informations *a priori*. Chaque croix (+) a pour coordonnées la valeur d'un paramètre après chaque itération, et le RMS correspondant. Nous avons porté une croix toutes les 10 itérations.

les matrices d'erreurs \mathbf{W} et \mathbf{C} :

$$\mathbf{W} = 1.10^{-3}\mathbf{I}$$

et

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} R_S & r_L & t_L & r_{sf} & L & \theta_m & \epsilon \\ 1.10^{-4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.10^{-2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.10^{-2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.10^{-2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.10^{-3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.10^{-4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.10^{-4} \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

L'incertitude \mathbf{C}_{ii} relative à chaque valeur *a priori* \mathbf{m}_i^* est plus ou moins importante que celle relative aux mesures. Par conséquent, le poids (qui est ici l'inverse de l'incertitude) correspondant aux estimations *a priori* l'emporte sur la comparaison entre mesures et modèle (voir éq. 2.4).

Les valeurs des matrices \mathbf{W} et \mathbf{C} (éq. 3.5) montrent que la restitution des paramètres r_L , t_L , r_{sf} est basée sur l'information fournie par les mesures ($\mathbf{W}(i, i) < \mathbf{C}(i, i)$). Au contraire, l'estimation des paramètres R_S , θ_m et ϵ dépend des estimations *a priori* \mathbf{m}^* .

Cet ajout d'information *a priori* a eu pour effet d'améliorer de manière importante le conditionnement de la matrice $\mathbf{U}^T\mathbf{U}$ (voir tableau 3.4). Les informations que nous avons rajoutées sont suffisamment précises, par rapport aux incertitudes de mesures, pour que le conditionnement de la matrice soit ramené autour de 10. D'autres calculs nous ont permis de vérifier que le nombre de conditionnement diminue quand l'incertitude \mathbf{C} diminue. Ainsi, pour $\mathbf{C} = 2.10^{-3} I$, le nombre de conditionnement est ramené entre 2 et 3.

Nous déduisons de ces analyses que le choix d'une valeur initiale proche de la valeur "vraie" des paramètres ne peut pas être considéré comme un apport d'information *a priori*. En effet, lorsqu'on ne dispose que de valeurs \mathbf{m}_{init} proches des solutions, la convergence est difficile, et la matrice $\mathbf{U}^T\mathbf{U}$ est mal conditionnée.

3.5 Optimisation de l'échantillonnage des mesures

Jusqu'ici nous nous sommes intéressé à la comparaison de différentes configurations d'échantillonnages incluant des configurations existantes. Pour améliorer les possibilités d'inversion, il est souhaitable de trouver une technique permettant de trouver l'échantillonnage optimal, pour un problème donné.

Critères

L'échantillonnage optimal doit répondre à plusieurs critères, notamment il paraît sensé d'exiger qu'il :

TAB. 3.4 – Nombres de conditionnement de la matrice $\mathbf{U}^T\mathbf{U}$, avec prise en compte des erreurs de mesures et des informations *a priori*

	$\theta_m = 10^\circ$			$\theta_m = 45^\circ$			$\theta_m = 80^\circ$		
LAI:	0.5	2	10	0.5	2	10	0.5	2	10
	Rouge ; $\theta_0 = 32^\circ$								
F	10.80	10.63	10.81	10.80	10.09	10.10	10.93	10.45	10.74
B	10.25	10.11	10.13	10.25	10.01	10.01	10.34	10.17	10.27
E	10.52	10.05	10.19	10.52	9.64	9.65	10.67	10.00	10.32
N	10.35	10.12	10.16	10.34	9.82	9.77	10.37	10.03	10.37
M	10.56	10.12	10.25	10.56	9.75	9.77	10.68	10.11	10.36

- permette de trouver les solutions mathématiquement acceptable du problème inverse ;
- offre la meilleure précision possible pour ces solutions ;
- tient compte des différentes sources d’erreur, particulièrement celles dues à la taille des pixels (échantillonnage directionnel), et aux bruits atmosphériques (échantillonnage directionnel et spectral).

Il est aussi probable que certaines contraintes pèsent sur la détermination de l’échantillonnage optimal :

- à chaque type de modèle correspond un échantillonnage optimal. En effet, l’information est définie pour un modèle donné, *i.e.* pour un choix de paramètres donnés ;
- l’échantillonnage directionnel doit tenir compte du fait que la position solaire varie. Il doit être utilisable pour toutes les directions d’incidence solaire.

Le formalisme que nous avons présenté précédemment n’est pas défini pour résoudre le problème d’échantillonnage. Plus précisément, il n’est pas adapté à la prise en compte simultanée des critères et des contraintes que nous venons d’énoncer. Cependant, c’est une méthode intéressante pour départager différentes configurations sur la base de l’évaluation de la précision des paramètres pour la configuration supposée optimale.

En l’absence d’un formalisme dédié à la sélection d’un échantillonnage optimal, nous avons mis en œuvre deux méthodes susceptibles de convenir.

Dans sa thèse, S. Maggion (1995) a introduit l’idée que les mesures doivent être échantillonnées de manière à ce que le signal présente des variations significatives. Elle a donc calculé la dérivée du signal par rapport aux directions angulaires de diffusion et par rapport à l’angle zénithal solaire.

Bien que nous ne partageons pas ce point de vue (nous pensons que l’information est liée à la dérivée par rapport aux paramètres), l’idée originale est particulièrement intéressante : deux mesures $R(\underline{\Omega}_V)$ et $R(\underline{\Omega}_V + \delta\underline{\Omega}_V)$ proches

Contraintes

(du point de vue de la direction) sont susceptibles de présenter une variation faible, qui de plus peut être masquée par le bruit des mesures, *i.e.* $R(\underline{\Omega}_V) - R(\underline{\Omega}_V + \delta\underline{\Omega}_V) < \varepsilon_D$.

Nous avons repris cette idée pour mettre au point une méthode rustique de sélection des directions d'observation les plus sensibles aux paramètres. Pour cela, pour chaque surface $\Psi(\underline{\Omega}_V, m_i)$ nous avons déterminé la valeur $\underline{\Omega}_{V_{max}}$ telle que $\Psi_{max}(\underline{\Omega}_{V_{max}}, m_i)$ soit le maximum de la surface. Une région autour de $\underline{\Omega}_{V_{max}}$ a été sélectionnée, en ne conservant que les directions $\underline{\Omega}'$ telles que :

$$\frac{\Psi_{max}(\underline{\Omega}_{V_{max}}, m_i) - \Psi(\underline{\Omega}_{V'}, m_i)}{\Psi_{max}(\underline{\Omega}_{V_{max}}, m_i)} < 0.05\% \quad (3.6)$$

Les valeurs correspondantes sont indiquées en noir sur la figure 3.22.b. On affecte ensuite une valeur négative à la région précédemment sélectionnée, puis on cherche de nouveau un maximum secondaire et la région qui l'entoure. Au total 4 maxima sont isolés par surface $\Psi(\underline{\Omega}_V, m_i)$. La figure 3.22.b représente l'ensemble des résultats superposés.

Trois régions apparaissent nettement comme étant les plus sensibles à l'ensemble des paramètres : la direction de diffusion avant (entre 10° et 40° environ), la région autour du *hot spot*, et les directions proches de l'horizontale (surtout dans la direction perpendiculaire à l'incidence solaire). Ce sont les maxima des sensibilités $\Psi(\underline{\Omega}_V, \theta_m)$ et $\Psi(\underline{\Omega}_V, \epsilon)$ (dans le sens perpendiculaire au plan principal) qui sont à l'origine de la sélection des directions proches de l'horizontale.

Nous avons par ailleurs utilisé l'heuristique d'Adachi et al. (1991), présentée dans l'annexe C. Cette méthode a été mise en œuvre dans le domaine de la reconnaissance automatique de formes. Il s'agissait de déterminer quels éléments constitutifs de ces formes permettent de les différencier. Par la suite, la reconnaissance de forme se fait en comparant ces éléments caractéristiques.

De la même manière, cette heuristique a été utilisée pour déterminer quelles directions d'observations permettent de différencier le type de couvert observé. Une base d'apprentissage, restreinte au domaine d'une longueur d'onde rouge, a été construite. Elle correspond à l'ensemble des BRF calculées pour différents LAI et orientations (27 biomes au total). Chaque BRF est déterminée pour un grand nombre de directions, identique à celles présentées sur les figures 1.7 et 1.8, soit 1789 directions pour chaque jeu de paramètres.

Étant donné le temps de calcul important requis par cette méthode et par la taille excessive des fichiers, nous avons effectué deux sélections : l'une dans le plan principal, l'autre dans le plan perpendiculaire au plan principal.

Pour chacun de ces deux jeux de données, l'heuristique d'Adachi et al. a été appliquée afin de sélectionner les 10 directions de visée les plus sensibles. Les numéros (fig. 3.22.a) correspondent à l'ordre dans lequel s'est fait cette sélection. On remarquera que ce sont les directions de diffusion avant pour le plan principal (plus quelques points situés derrière la région du *hot spot*) et autour du nadir pour le plan perpendiculaire au plan principal qui ont été retenues

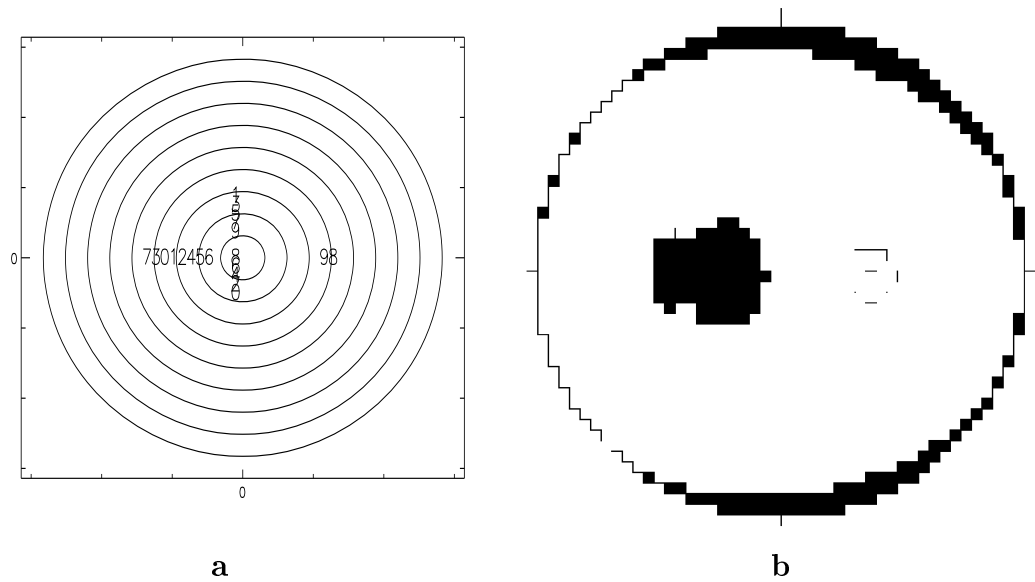


FIG. 3.22 – Sélection des directions d’observation les plus sensibles aux paramètres de la végétation par une méthode heuristique (Adachi et al., 1991). La figure **a** correspond à une sélection des directions les plus sensibles pour le plan principal et le plan perpendiculaire au plan principal séparément. Les numéros indiquent l’ordre dans lequel les directions ont été sélectionnées. Dans le plan principal, les numéros sont de gauche à droite : 7, 3, 0, 1, 2, 4, 5, 6, 9, 8. Dans le plan perpendiculaire au plan principal, les numéros sont de haut en bas : 1, 3, 5, 7, 9, 8, 6, 4, 2, 0. La figure **b** représente la sélection des directions les plus sensibles pour toutes les directions de visée simultanément.

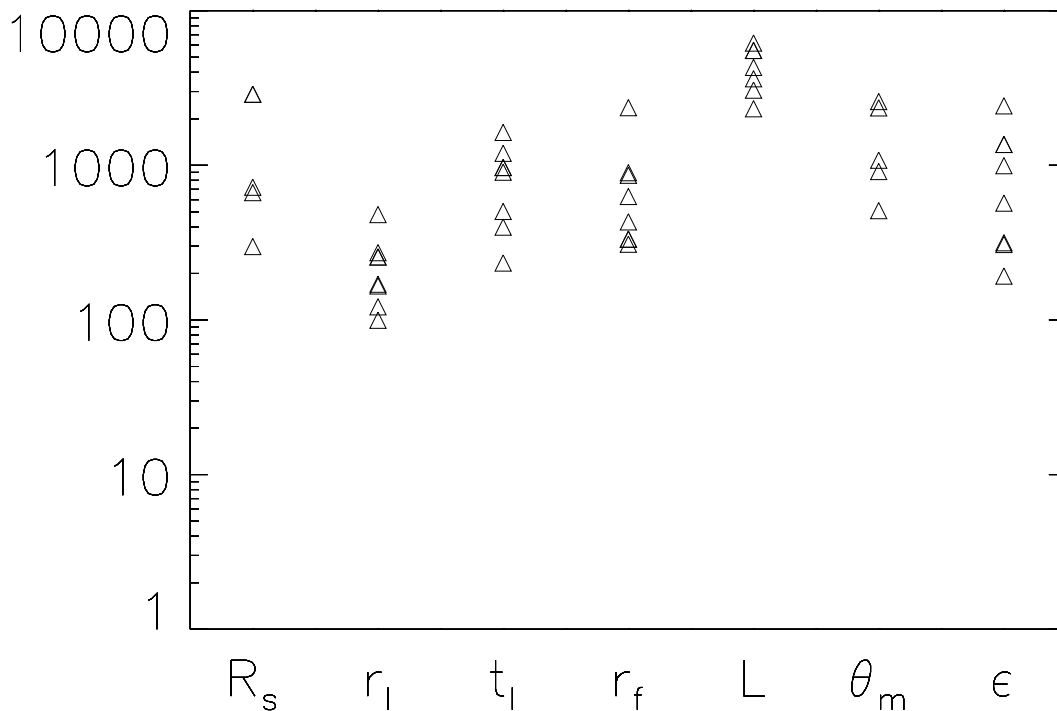


FIG. 3.23 – Amplification de l’erreur expérimentale, pour la configuration d’échantillonnage choisie avec la méthode de Adachi.

par cette méthode de sélection.

Ces deux méthodes donnent des résultats comparables, dans la mesure où elles cherchent à déterminer les directions les plus sensibles aux paramètres.

Nous avons repris les directions d’échantillonnage de la méthode de Adachi et al. pour calculer l’incertitude des paramètres. On constate que l’amplification de l’erreur est particulièrement importante (> 100) dans tous les cas, et pour tous les paramètres.

Il s’avère donc que ces méthodes de sélection de l’échantillonnage ne conviennent pas : la sélection des directions de visée sur la base des sensibilités n’est pas suffisante. Il manque notamment une évaluation de la précision des paramètres. Il est nécessaire de rechercher une approche plus complète, et notamment de tenir compte des corrélations.

3.6 Conclusion

Ce chapitre nous a permis d’aborder deux points. Le premier concerne les problèmes liés à la restitution des paramètres, les raisons pour lesquelles on rencontre ces problèmes, et les solutions que l’on peut apporter. L’autre point concerne la recherche d’un échantillonnage optimal.

Ces deux points représentent deux aspects d’un unique concept qui est celui de l’information fournie par les mesures. La définition de l’information au sens de Fisher que nous avons employée se révèle pratique à la fois pour

observer la quantité d'information relative à chaque paramètre (elle dépend des conditions d'observations et des caractéristiques de la végétation) et pour analyser la précision des paramètres restitués à partir d'un échantillonnage donné des mesures.

Il est nécessaire dans un premier temps d'évaluer la solution du problème inverse, puis dans une seconde étape d'estimer la précision des paramètres. L'évaluation de la précision des paramètres n'a de sens que si elle concerne des paramètres qui représentent une solution acceptable du problème inverse.

Nous avons en outre mis en évidence le fait que le problème inverse que nous traitons est mal conditionné. Ce mauvais conditionnement résulte en particulier dans le fait que la matrice qui décrit le problème inverse est elle-même mal conditionnée. Ceci signifie que de petites perturbations sur les valeurs numériques que l'on fournit engendrent des perturbations d'un ordre de grandeur beaucoup plus important sur les grandeurs que l'on estime.

Le mauvais conditionnement du problème inverse, qui est le lot commun de la plupart des problèmes d'inversion quel que soit la discipline, nécessite d'être régularisé. Nous proposons donc l'ajout d'informations *a priori* pour faciliter la résolution du problème inverse. Lorsque de l'information sur les paramètres est rajoutée, la matrice requise par l'algorithme d'inversion est mieux conditionnée, et d'autre part la convergence des paramètres est facilitée.

Chapitre 4

Correction de la topographie

Le premier chapitre de cette thèse a présenté les nombreuses sources d'imprécisions dans la construction de modèles de réflectances bi-directionnelles. Parmi tous les effets, nous avons choisi ici de traiter celui de la topographie. Nous n'avons pas considéré les autres effets à corriger (comme par exemple l'atmosphère) mais nous nous sommes uniquement concentré sur l'effet de la topographie car il présente un intérêt particulier dans le cas de la végétation. Le couvert végétal est modélisé par une couche de feuilles d'orientation donnée. Cependant, lorsque le sol est incliné, l'orientation des feuilles demeure identique, puisque les plantes non rampantes poussent verticalement (*i.e.* perpendiculairement à la géoïde terrestre). Cette caractéristique géométrique est utilisée dans le modèle développé au cours de cette thèse et présenté dans ce chapitre. Les détails de calculs concernant le modèle sont détaillés dans l'annexe B.

Ce chapitre est conservé sous la forme d'un article (en anglais) intitulé "Extending a turbid medium BRDF model to allow sloping terrain with a vertical plant stand" accepté pour publication dans IEEE transactions on Geosciences and Remote Sensing.

Abstract

This paper extends the turbid medium approach used for modelling bidirectional reflectance from horizontal plant canopies to sloping terrain with a vertically oriented plant stand. Previous treatments have accounted for terrain slope by simple adaptation to an inclined plane of models for horizontal surfaces. However, such treatments implicitly assume that plants grow perpendicularly to the surface, despite the fact that plant stems continue to grow vertically on slopes. We investigate the differences between our new "vertical-growth" model and the more usual "perpendicular to the surface growth" model, in terms of the effect on canopy albedo and bidirectional reflectance factors. Although the effect of leaf angle distribution on the albedo is different for both the vertical-growth and perpendicular-growth models, it appears to be a much smaller effect than that due to terrain slope. For the bidirectional reflectance factors, the magnitude and sign of the differences between the two models varies with the direction of observation, the slope, and the leaf angle distribution, and can exceed 10% for a planophile canopy. A comparison be-

tween modelled and measured data shows that model predictions under the vertical growth assumption are consistent with measurements, whereas the assumption of perpendicular growth can lead to large errors.

Mots clés : BRF, Albedo, Slope, Vertical Plant Stand.

4.1 Introduction

The modelling of bidirectional reflectance factors (BRF) of a vegetation canopy is a crucial element for remote sensing of physical, biophysical and canopy architectural characteristics of the land surface at global and regional scales. The retrieval of these characteristics from satellite observations must be based on an appropriate BRF model. Many measurements have revealed a pronounced anisotropy of the radiation field reflected from natural vegetation. The BRF model has not only to take into account all the physical, biophysical and morphological characteristics of the vegetation canopy, but also the topography of the terrain on which the plants grow (Kriebel, 1978; Kimes and Sellers, 1985; Deering et al., 1994). The choice of a suitable BRF model is a compromise between good agreement with experimental observations and reasonable computational cost. Accordingly, one-dimensional (1-D) BRF models (Verstraete et al., 1990; Nilson and Kuusk, 1989; Privette et al., 1994) are often chosen from among the many models currently available for the retrieval of vegetation properties.

The usual way to remove the effect of topography from satellite data, in particular from Landsat TM images, consists of transforming the tilted surface to a horizontal one by modifying the upper boundary condition (Proy et al., 1989). Frequently used methods are the Lambert cosine correction (Itten and Meyer, 1993), and the Minnaert correction (Smith et al., 1980). However, these types of correction aim only at image normalization. Many attempts have also been made to correct for the effect of topography on the BRF by using 1-D models of vegetation canopies (Itten and Meyer, 1993; Schaaf et al., 1994; Holben and Justice, 1980; Justice et al., 1981). To date, use of these models has involved the implicit assumption that plant growth is perpendicular to the ground surface. We hereafter refer to this type of model as the Perpendicular to the Ground Vegetation Model (abbreviated as PGVM). However, it is readily apparent that, with few exceptions, trees tend to grow vertically whatever the terrain slope. This means that we have to consider two additional effects on the anisotropy of the radiation field when vegetation is on a slope compared with when it is on a horizontal surface: the effect of terrain slope, and the effect of the vertical orientation of plant stands.

The purpose of the present paper is to investigate the effect of integrating terrain slope and vertical plant growth into BRFs using the framework of a 1-D vegetation canopy model. Such a model enables the contribution of the terrain slope and plant stand orientation to BRF anisotropy to be examined separately, as a function of the type of leaf orientation. Hereafter, we refer to this type of model as the Vertical Vegetation Model (abbreviated as VVM).

The VVM presented below is basically an adaptation of the turbid medium

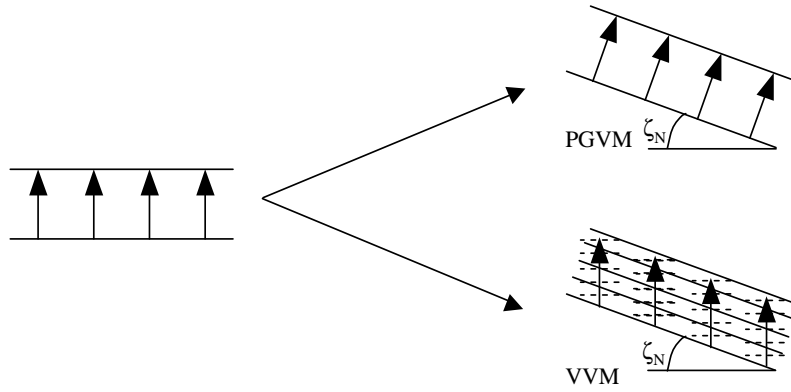


Figure 4.1: Two approaches to correcting for the effects of slope by modifying the upper limit condition (sun position). In the widely-applied PGVM approach, the vegetation is implicitly assumed to grow perpendicularly to the slope. The VVM approach assumes the vegetation remains vertical as the terrain is tilted.

model proposed by Ross (Ross, 1981). We consider directly the effect of the terrain slope on the architectural characteristics of the plants and accordingly modify the radiative properties of the canopy. The hot spot effect is modelled according to Verstraete (Verstraete et al., 1990), but we take into account the effect of terrain slope on the hot spot geometry. We investigate the differences between the VVM and PGVM assumptions by comparing albedos and BRFs calculated using the two models, for a variety of canopy leaf angle distributions. Results from the models are also compared with some recent experimental measurements.

4.2 Radiation transport in a vegetation canopy growing on tilted terrain

4.2.1 Radiative transfer equation

The plant canopy on a tilted terrain is represented as a layer bounded by two parallel planes: a flat lower canopy surface and a flat canopy top surface, both parallel to the ground surface. To compute the radiative transfer within and from the vegetation canopy we consider the canopy top to be illuminated by monodirectional incident light. The effect of diffuse sky irradiance, path irradiance, and diffuse irradiance from surrounding terrain, is neglected. In this case, we can compute the radiation field from the canopy on the tilted terrain by modifying only the condition of direct illumination. Figure 4.1 represents schematically a vegetation canopy growing on tilted terrain for both the PGVM and VVM models.

The canopy layer is assumed to be uniformly filled with scattering and absorbing leaves. Radiation of intensity I , propagating through a cylinder with length ∂r and unit cross-section oriented at right angles to the direction $\underline{\Omega}$, is decreased by scattering and absorption, and increased by intensities scattered

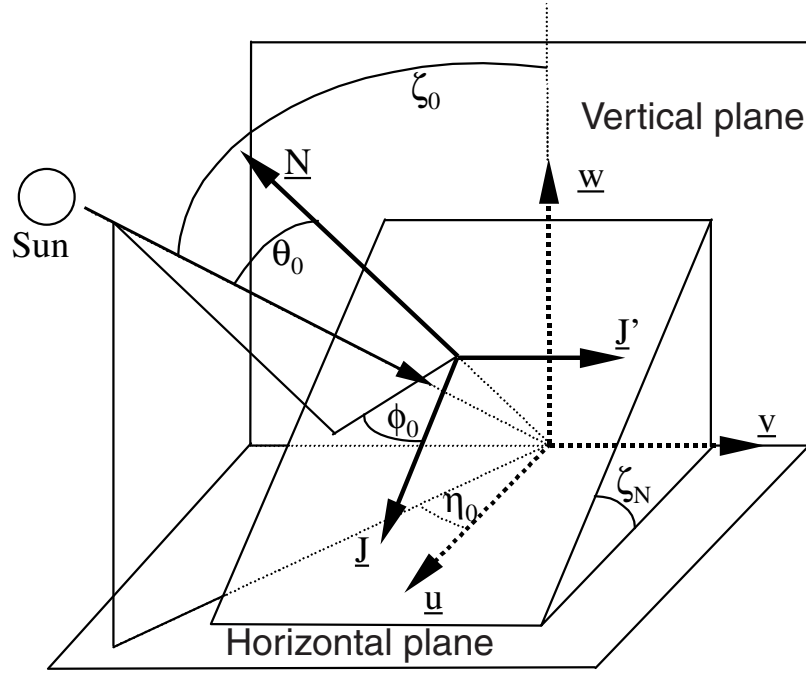


Figure 4.2: The coordinate system S_1 is independent of the slope, and S_2 is related to the sloping terrain.

from the direction $\underline{\Omega}'$ into the direction $\underline{\Omega}$. The radiation balance in this homogeneous cylinder is (Chandrasekhar, 1960):

$$\partial I = -\sigma(\underline{\Omega}) \partial r I(\underline{\Omega}) + \left(\int_{4\pi} \sigma_s(\underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) I(\underline{\Omega}') d\Omega' \right) \partial r \quad (4.1)$$

where $\sigma(\underline{\Omega})$ is the volume cross-section of photon interaction along the direction $\underline{\Omega}$, and $\sigma_s(\underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega})$ is the differential cross-section in the same direction for intensities coming from direction $\underline{\Omega}'$.

To deal with the radiative transfer through the plant canopy on tilted ground, we need to define two coordinate systems, S_1 and S_2 (figure (4.2)). The S_1 coordinate system is defined by the unit vectors \underline{u} and \underline{v} in the horizontal plane, and by the vertical unit vector \underline{w} . The S_2 coordinate system is a local system associated with the tilted canopy surface, and is defined by the three unit vectors \underline{J} , \underline{J}' and \underline{N} : the unit vector \underline{J} is taken along the direction of the steepest slope in the tilted plane, the unit vector $\underline{J}' = \underline{N} \times \underline{J}$ is perpendicular to \underline{J} and parallel to the ground, and the unit vector \underline{N} is normal to the tilted terrain. In the S_1 system, these unit vectors are expressed as $\underline{J}(\zeta_J, \eta_J)$, $\underline{J}'(\zeta_{J'}, \eta_{J'})$ and $\underline{N}(\zeta_N, \eta_N)$ where the angles ζ and η designate respectively the zenith and azimuth angles of the tilted terrain in the S_1 system. The components $(\Omega_u, \Omega_v, \Omega_w)$ of the direction vector $\underline{\Omega}$ in the S_1 system are transformed into $(\Omega_J, \Omega_{J'}, \Omega_N)$ in the S_2 coordinate system with a rotational matrix P defined with respect to the \underline{J} , \underline{J}' and \underline{N} system:

$$(\Omega_J, \Omega_{J'}, \Omega_N) = P(\Omega_u, \Omega_v, \Omega_w) \quad (4.2)$$

The 1-D hypothesis requires that the canopy be modelled as a stratified

medium with parallel homogeneous planar layers. Vegetation growing vertically can be regarded as axisymmetric, and arranged in horizontal layers. When the vegetation is growing on sloped terrain, the axis of the slope normal and the axis of symmetry of the plants does not, in general, coincide. We thus invoke the simplifying assumption of a uniform vegetation cover, where all the layers are filled in an identical manner.

Let us consider a vertical coordinate z , linked to the elementary cylinder ∂r :

$$\partial r = \frac{\partial z}{\mu} \quad (4.3)$$

where $\mu = \cos \theta$, and θ is the zenith angle of the propagating direction $\underline{\Omega}$ with respect to the unit vector \underline{N} . Since we assume uniform canopy properties, we can write Eq.1 as:

$$\mu \frac{\partial I(z, \underline{\Omega})}{\partial z} = -\sigma(\underline{\Omega})I(z, \underline{\Omega}) + \int_{4\pi} \sigma_s(\underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega})I(z, \underline{\Omega}) d\underline{\Omega}' \quad (4.4)$$

where z is measured in a positive upwards direction along the vector \underline{N} . The direction $\underline{\Omega}(\theta, \phi)$ is given by the zenith angle θ and the azimuth angle ϕ with respect to orientation of the canopy surface in the S_2 coordinate system.

The upper boundary condition at $z = z_t$ is given by the monodirectional source with an intensity π and an incident direction $\underline{\Omega}_0(\theta_0, \phi_0) \in [-2\pi, 0]$ in the S_2 coordinate system:

$$\begin{cases} I(z, \underline{\Omega}) = \pi \delta(\underline{\Omega} - \underline{\Omega}_0) & \mu < 0, \mu' < 0 \\ \underline{N} \cdot \underline{\Omega}_0 < 0 \end{cases} \quad (4.5)$$

The incident light is seen from the ground only for the condition $\underline{N} \cdot \underline{\Omega}_0 < 0$. The lower boundary condition at $z = 0$ is given by:

$$\begin{cases} I(0, \underline{\Omega}) = \frac{R_s}{\pi} \int_{2\pi^-} |\mu'| I(0, \underline{\Omega}') d\underline{\Omega}' \\ \mu > 0, \mu' < 0 \end{cases} \quad (4.6)$$

where $2\pi^-$ is the set of downwards directions, i.e. $\mu' < 0$ and $\phi \in [0, 2\pi]$.

The solution, I , of the radiative transfer equation is separated into three terms: non-scattered radiation (I^0), singly scattered radiation (I^1), and multiple scattering (I^M). An analytical formulation is used to calculate I^0 and I^1 (Iaquinta and Pinty, 1994). The multiple scattering is computed with the DOM (Discrete Ordinate Method) algorithm for a one-dimensional and two-angles geometry (Myneni et al., 1988a), but without any symmetry for the phase function since the vegetation vertical axis and the axis used for computation (i.e. \underline{N}) do not coincide. The computed radiation field is that for the S_2 coordinate system. Evaluation of the radiative transfer equation (Eq. 4.4), according to the boundary conditions (Eq. 4.5 and Eq. 4.6), is sufficient to formulate the PGVM model. However, formulation of the VVM requires that the vegetation properties, $\sigma(\underline{\Omega})$ and $\sigma_s(\underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega})$, be modified. The following section describes this modification.

4.2.2 Optical properties of the tilted canopy

In the vegetation layer, only the leaves are considered. The medium is thus approximated by a turbid medium (Ross, 1981; Myneni et al., 1988a), to which is added a function to describe the hot spot in order to account for the shadow hiding phenomenon (Verstraete et al., 1990; Hapke et al., 1996). The properties of the medium thus rely on just two factors: the typical turbid medium characteristics (attenuation and scattering), and the hot spot function.

4.2.2.1 Leaf angle distribution

A uniform horizontal canopy can be characterized by a leaf angle distribution (LAD). The LAD is denoted by the function $g_L(\underline{\Omega}_L)$ and can be approximated by a variety of analytical forms (Ross, 1981; Shultis and Myneni, 1988). The most widely used LAD models are Bunnik's discrete LAD (Bunnik, 1978), the elliptical distribution (Nilson and Kuusk, 1989), and the beta distribution (Goel and Strebel, 1984). In this paper, we use Bunnik's distribution, which consists of five discrete and typical classes: planophile (mostly horizontal leaves), erectophile (mostly vertical leaves), plagiophile (most of the leaves at 45°), extremophile (a combination "melting" planophile and erectophile) and uniform.

When plants grow vertically on tilted terrain, the LAD can still be defined by $g_L(\underline{\Omega}_L)$ in the S_1 coordinate space. However, we have to represent it in S_2 coordinate space to calculate the radiant intensity, $I(z, \underline{\Omega})$, reflected by the vegetation. We express hereafter the direction $\underline{\Omega}$ as either $\underline{\Omega}_1$ or $\underline{\Omega}_2$ to make explicit the coordinate system in which the direction is being considered. To calculate the intensity in direction $\underline{\Omega}_2$, we need to know the vegetation properties in the direction $\underline{\Omega}_2$ in S_2 coordinates at a given value of z . These properties are given by the $g_L(\underline{\Omega}_L)$ function in S_1 coordinate space, in the direction $\underline{\Omega}_1 = P^{-1}\underline{\Omega}_2$.

The distribution function $g_L(\underline{\Omega}_L)$ is assumed to be the product of two independent distribution functions that depend on the zenith angle ζ and azimuth angle η of the leaf normals in the S_1 system. Moreover, the azimuthal distribution of the leaf normals may be assumed to be random (i.e. the vegetation is considered to be axisymmetric about the vertical axis). Hence, the LAD can be fully represented by the distribution function of leaf zenith angle $g_L(\underline{\zeta}_L)$ only. However, we need two angles to represent the LAD of a uniform canopy on tilted ground in S_2 coordinates, because the axis of canopy symmetry and the normal to the ground no longer coincide (Fig. 4.2). Hence, for the VVM, the total interaction cross-section and the differential scattering cross-sections of the leaves change with the geometrical relationship between the ground slope and incident radiation.

4.2.2.2 Optical properties of a turbid medium

Following (Ross, 1981), the attenuation and scattering processes are represented respectively by $G(\underline{\Omega})$ and $\Gamma(\underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}, \underline{\Omega}_L)$ where $\underline{\Omega}_L$ is the leaf orientation. As done for the $g_L(\underline{\Omega}_L)$ function, we only need to transform the direction $\underline{\Omega}_2$ to the direction $\underline{\Omega}_1$ to take into account the effect of ground slope on $G(\underline{\Omega})$

and $\Gamma(\underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}, \underline{\Omega}_L)$, which are again defined first in S_1 coordinates:

$$\begin{cases} G_2(\underline{\Omega}_2) = G_1(P^{-1}\underline{\Omega}_2) \\ \Gamma_2(\underline{\Omega}'_2 \rightarrow \underline{\Omega}_2, \underline{\Omega}_{L2}) = \Gamma_1(P^{-1}\underline{\Omega}'_1 \rightarrow P^{-1}\underline{\Omega}_1, P^{-1}\underline{\Omega}_{L1}) \end{cases} \quad (4.7)$$

The function $G(\underline{\Omega})$ represents the total interaction cross-section of leaves per unit volume in the direction $\underline{\Omega}$ (Ross, 1981; Ross and Marshak, 1989):

$$G(\underline{\Omega}) = \int_{2\pi^+} \frac{g_L(\underline{\Omega}_L)}{2\pi} |\underline{\Omega}_L \cdot \underline{\Omega}| d\underline{\Omega}_L \quad (4.8)$$

The term $\frac{1}{2\pi} [g_L(\underline{\Omega}_L) |\underline{\Omega}_L \cdot \underline{\Omega}|] d\underline{\Omega}_L$ is the projected area of leaves which have normals within the solid angle $d\underline{\Omega}_L$ around the direction $\underline{\Omega}_L$, onto a plane perpendicular to the direction $\underline{\Omega}$. For a homogeneous vegetation medium with a constant leaf density u_L , the leaf area index (LAI) can be expressed as:

$$L(z, \underline{\Omega}) = G(\underline{\Omega}) u_L \frac{z}{\mu} \quad (4.9)$$

The scattering of light from the direction $\underline{\Omega}'_2$ into the direction $\underline{\Omega}_2$ is defined for an axisymmetric LAD as (Shultis and Myneni, 1988):

$$\frac{1}{\pi} \Gamma(\underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} g_L(\underline{\Omega}_L) |\underline{\Omega}' \cdot \underline{\Omega}_L| f(\underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}, \underline{\Omega}_L) d\underline{\Omega}_L \quad (4.10)$$

where the function $f(\underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega})$ models the scattering scheme of an individual leaf, assumed to be bi-Lambertian (Shultis and Myneni, 1988):

$$f(\underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) = \begin{cases} r_l |\underline{\Omega} \cdot \underline{\Omega}_L| / \pi, & (\underline{\Omega} \cdot \underline{\Omega}_L)(\underline{\Omega}' \cdot \underline{\Omega}_L) < 0 \\ t_l |\underline{\Omega} \cdot \underline{\Omega}_L| / \pi, & (\underline{\Omega} \cdot \underline{\Omega}_L)(\underline{\Omega}' \cdot \underline{\Omega}_L) > 0 \end{cases} \quad (4.11)$$

For a plant stand growing vertically on a slope, we admit the same hypothesis and simplifications as for the LAD function in the S_1 coordinate system. Since the plant axis of symmetry does not coincide with the unit vector \underline{N} , equations 4.8 and 4.10 can not be simplified as an integral over one angle in the S_2 system. Consequently, at each step of the calculation of eq. 4.8 and 4.10, the function $g_L(\underline{\Omega}_L)$ has to be evaluated according to eq. 4.2, where $\underline{\Omega}_L$ depends only on the zenith angle ζ in the S_1 system.

4.2.2.3 Hot spot correction

A range of models is available to describe the hot spot effect for a horizontal vegetation canopy. We have to adapt a hot spot model to the context of the VVM, by taking into account the effect of terrain slope on the optical path length and leaf cross-section with respect to an incident ray of light. Although the most widely used model of the hot spot is that of Kuusk (described in (Myneni et al., 1991)), the formulation of Verstraete and colleagues (Verstraete et al., 1990) was chosen because it relies on geometrical considerations which can be easily adapted to the VVM situation.

In real plant canopies, the leaves are discrete scatterers separated from each other by gaps. If an incident ray of light passes through a gap down to a given

depth in the vegetation canopy, where it encounters a leaf, it will be scattered back in the sun direction unattenuated (Marshak, 1989) except for the energy absorbed by the leaf. However, for scattering directions significantly different from the sun direction, the attenuation of the scattered radiation is determined by $\sigma(\underline{\Omega})$, the coefficient of extinction of the canopy. When the terrain is tilted, $\sigma(\underline{\Omega})$ must be corrected to take account of the modification of the optical path compared with that in a horizontal canopy. In a horizontal canopy, a cylindrical sun beam penetrating down into the vegetation has a radius r_{sf} equal to the interstitial interval (in a statistical sense) between the leaves. The correction applied to the coefficient of extinction is thus parameterised by r_{sf} (Verstraete et al., 1990). If the terrain is tilted the vegetation remains vertical, as does the space between leaves. Since the calculations are made with respect to the terrain normal, the circular cross-section of the incoming beam is seen in the S_2 coordinate system as an elliptical cross-section. Accordingly we define for the S_2 system a circular cross-section of equivalent area to the ellipse, with a radius \tilde{r} given by:

$$\tilde{r} = r_{sf} \sqrt{\frac{|\underline{\Omega}_0 \cdot \underline{w}|}{|\underline{\Omega}_0 \cdot \underline{N}|}} \quad (4.12)$$

The equivalent circular cross-section with radius \tilde{r} represents the hot spot parameter appropriate for vegetation growing vertically on a slope. For the particular case of horizontal terrain, we have $\tilde{r} = r_{sf}$.

4.3 Evaluation of the plant stand orientation effect

Two factors have to be considered when modelling the effect of topography on radiation reflected by vegetation canopies. The first factor is the terrain slope itself, and the second is the tendency of plant stands to remain oriented vertically regardless of slope. In this section, we show how the orientation of the plant stand affects both the albedo and BRF of vegetation canopies, by comparing results from simulations using the VVM and PGVM. This is investigated as a function of vegetation type as represented by variations in the leaf angle distribution. Predictions from the VVM and PGVM are also compared with measurements of reflectance obtained for a vegetation canopy on a relatively steep slope.

4.3.1 Conditions of the simulations

The reflectance and transmittance of the bi-Lambertian leaves, and the soil albedo we used, are reported in table 4.1, and correspond to typical values of vegetation optical properties observed at red and near-infrared (NIR) wavelengths (Jaquinta, 1995). Table 4.2 lists the conditions common to all simulations. The soil was chosen as dark because we are primarily interested in the effect of vegetation properties on the albedo and BRF. To compute the radiation field for various values of leaf area index, we fixed the leaf density u_L

Table 4.1: Optical properties of leaves and soil.

	Leaf reflectance	Leaf transmittance	Soil albedo
RED	0.075	0.05	0.03
NIR	0.5	0.45	0.15

Table 4.2: Common conditions for the simulations.

Parameters	Values
Sun position	$\zeta_0 = 32^\circ, \eta_0 = 0^\circ$
Hot spot	$r_{sf} = 0.1$ m
Layer thickness	$z_t = 1, 2, 5, 10$ m

constant and equal to $1 \text{ m}^2\text{m}^{-3}$, and varied the depth of the vegetation canopy z_t from 1 m to 10 m. Thus, increases in z_t simulates an increasing LAI, and z_t should be understood as an optical depth and not as a real length. Note that a given value of leaf density for a horizontal canopy will result in differing values of leaf area index under the differing plant stand orientation assumptions in the VVM and PGVM, for non-random LADs.

In the present study, we used a constant sun zenith angle of 32° with respect to the S_1 coordinate system. We tilted the terrain in such a way that the principal plane was always kept perpendicular to the tilted terrain. With this configuration, the sun incidence angle with respect to the terrain may assume values over the entire possible range. When the normal to the terrain has an azimuth $\eta_N = 0^\circ$, the terrain is tilted in the direction of the sun, and when the normal has an azimuth of $\eta_N = 180^\circ$ the terrain is tilted in the direction opposite to the sun. To allow a comparison with experimental data only, simulations were also performed for the slope oriented at $\eta_N = 90^\circ$ (section B.4).

4.3.2 Impact of plant stand orientation on the albedo and BRF

The difference between the VVM and PGVM approaches resides only in the differing assumptions that the two models make about plant stand orientation. We now examine the variation in the values of albedo and BRF calculated using the two models, as a function of terrain slope angle. The sloped terrain is illuminated by the sun only if the condition in eq. (4.5) is satisfied. In all calculations and graphics that follow, the values of albedo and BRF are derived from the radiant energy that upwells from the surface through a horizontal plane (that is, the values are reported with respect to coordinate system S_1).

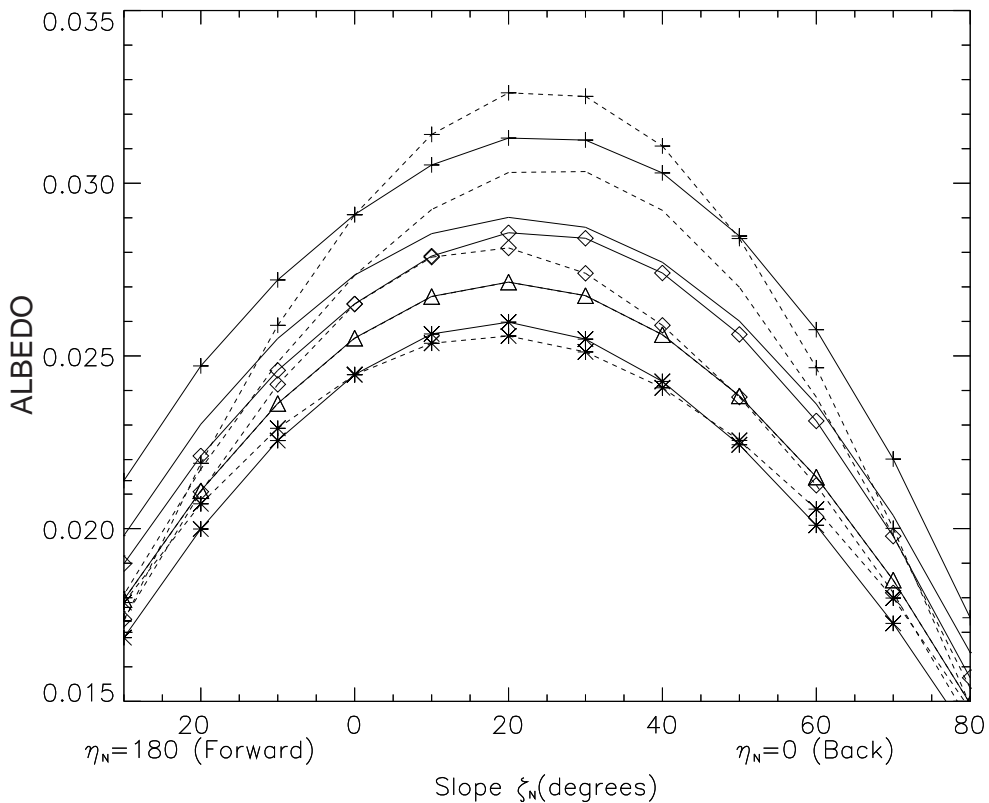


Figure 4.3: Albedos computed with the PGVM (dotted lines) and VVM (continuous lines) with respect to the terrain slope, for red wavelengths, $z_t = 1$ m, and no hot spot. The LADs are: +: planophile, *: erectophile, -: plagiophile, \diamond : extremophile and \triangle : uniform. Slope angles to the right of zero are tilted towards the sun ($\eta_N = 0^\circ$), whereas those to the left of zero are tilted away from the sun ($\eta_N = 180^\circ$).

4.3.2.1 The Albedo

Fig. 4.3 represents the albedo at red wavelengths for a vegetation canopy with an optical depth of 1 m, as a function of terrain slope, for Bunnik's five LADs. For data presented in this figure, we have not considered the hot spot effect.

The values of albedo calculated from both the VVM and PGVM exhibit quite similar variations with terrain slope. For both models, the albedo is always larger for a tilted surface than for a horizontal surface whenever the terrain is tilted toward the sun with a slope angle less than about 50° . For example, the PGVM albedo for planophile leaves is about 0.029 for a horizontal surface, while it increases to the maximal value of 0.033 (an increase of more than 10%) for terrain tilted by 20° . The maximal albedo occurs, for most of the plant types, when the terrain is tilted towards the sun direction by an angle of about 20° . This means that the maximal energy is reflected from the sloped terrain when the incident radiation is not exactly normal to the terrain. The albedo of the tilted surface becomes smaller than the albedo of the horizontal surface only when the terrain is tilted away from the sun direction, or when tilted towards the sun direction by a very large angle. That is, whenever the

incidence angle for the tilted surface is larger than that for the horizontal surface.

Figure 4.3 shows that the albedo varies with the preferred orientation of leaves. The variation decreases in the order of planophile, plagiophile, extremophile, uniform, and erectophile for any terrain slope, for both the PGVM and VVM. This variation of the albedo with LAD is expected, because regardless of the plant stand orientation adopted in the models, the total interaction cross-section of leaves increases with sun irradiance as the leaf orientation becomes more horizontal. In spite of this similar behaviour overall, there are some interesting differences between the albedos predicted by the VVM and PGVM. As the incidence angle with respect to the tilted terrain surface becomes large, the albedo of the tilted surface calculated using the PGVM becomes quasi-independent of the leaf orientation (the effect due to LAD tends to disappear). In contrast, the LAD has a significant effect on albedos calculated with the VVM at all incidence angles. These trends are expected because the sun-leaf orientation geometry does not change with terrain slope in the VVM as it does in the PGVM.

In order to make the plant stand orientation effect more clear, we computed a relative difference, $\rho(\zeta_N)$, for the albedos calculated from the VVM and PGVM. It is defined as:

$$\rho(\zeta_N) = \frac{A(\zeta_N)_{VVM} - A(\zeta_N)_{PGVM}}{A(\zeta_N)_{VVM}} \quad (4.13)$$

where $A(\zeta_N)$ is the albedo of a vegetation canopy with a slope of ζ_N , and the subscripts ‘VVM’ and ‘PGVM’ stand respectively for the VVM and the PGVM approaches.

Fig. 4.4 (red wavelengths) and Fig. 4.5 (NIR wavelengths) show the relative difference in albedo as a function of terrain slope and LAD. In Fig. 4.4 the upper figures are for an optical depth of 1 m, and the lower figures for an optical depth of 10 m. To provide data for these graphics, we computed the albedo according to the VVM and PGVM with and without the hot spot correction; the graphics without the hot spot correction are given on the left, and those with the hot spot correction are on the right. As expected, there is no difference in the albedo between the VVM and PGVM for the uniform LAD when the hot spot correction is not considered. A slight difference of less than 1% can be observed when this correction is included, due to the small differences between the hot spot radius for the two models. Because it has little effect on the albedo, in Fig. 4.5 the hot spot is therefore not considered. For LADs other than uniform, in Figs. 4.4 and 4.5, the variation of the albedo relative difference with terrain slope changes significantly with leaf orientation, in other words with the type of vegetation. Note that the albedo calculated from the VVM is the same as that from the PGVM for the case of horizontal terrain, $\zeta_N = 0^\circ$, for all the LADs, as expected.

Since the overall variation in the albedo relative difference is quite similar for all the figures in Figs. 4.4 and 4.5, the comments that follow in this paragraph are made using the results for the 1 m optical depth canopy as a typical example (Fig. 4.4a). For the planophile LAD, as the terrain slope varies from

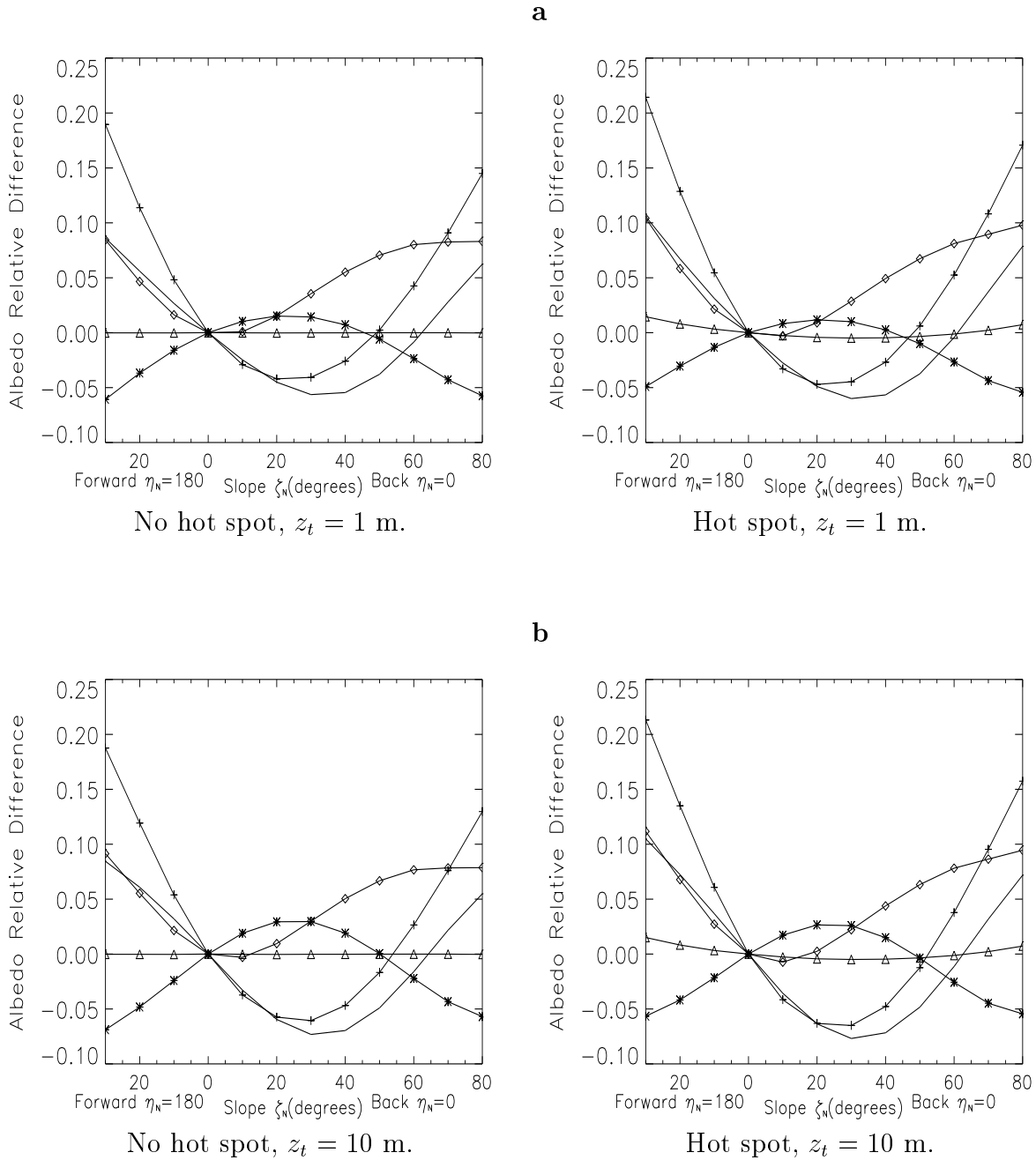


Figure 4.4: Comparison of albedos for red wavelengths. Figures on left: no hot spot, figures on the right: $r_{sf} = 0.1$ m. Figures at the top (**a**): $z_t = 1$ m, figures at the bottom (**b**): $z_t = 10$ m. The LADs are +: planophile, *: erectophile, -: plagiophile, \diamond : extremophile and \triangle : uniform. Slope angles to the right of zero are tilted towards the sun ($\eta_N = 0^\circ$), whereas those to the left of zero are tilted away from the sun ($\eta_N = 180^\circ$).

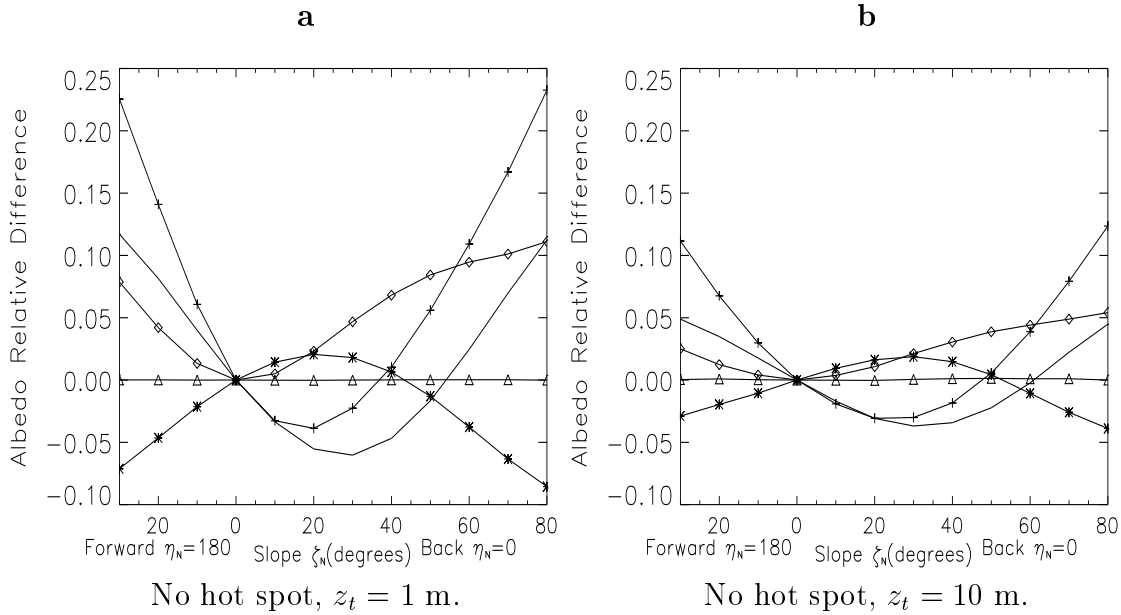


Figure 4.5: Comparison of albedos for NIR wavelengths, without the hot spot. Figure on the left (**a**): $z_t = 1$ m, figure on the right (**b**): $z_t = 10$ m. The LADs are +: planophile, *: erectophile, -: plagiophile, \diamond : extremophile and \triangle : uniform. Slope angles to the right of zero are tilted towards the sun ($\eta_N = 0^\circ$), whereas those to the left of zero are tilted away from the sun ($\eta_N = 180^\circ$).

50° away from the sun direction to 20° towards it, the relative difference $\rho(\zeta_N)$ at red wavelengths decreases from +0.3 to a minimum of about -0.04 . Then, as the slope of the terrain increases from 20° towards the sun to 80° towards the sun, it increases from the minimum to about +0.14. The plagiophile LAD exhibits a similar variation, except it decreases from about +0.13 to about -0.05 , then increases to +0.08. The minimum relative difference occurs for slopes of about 30° to 40° towards the sun for the plagiophile LAD. For the erectophile LAD, we observe a reverse variation. As the terrain slope varies from 50° away from the sun to 20° towards the sun, the relative difference $\rho(\zeta_N)$ at red wavelengths increases from -0.10 to a maximum of about +0.02. Then, as the slope of the terrain continues to increase from 20° towards the sun to 80° towards the sun, the relative difference decreases from the maximum to about -0.06 . For the extremophile LAD, which is a mixture of the planophile and erectophile, the albedo relative difference varies like the planophile LAD, except that it does not exhibit any negative value and it tends to saturate at about +0.08 beyond a slope angle of about 60° . This behaviour can be interpreted as resulting from the compensation of two opposing trends in the variation of the relative difference of the planophile and erectophile LADs. Note that this compensation happens in spite of the fact that the planophile LAD shows an albedo relative difference with a negative excursion that is greater in magnitude than the positive excursion for the erectophile LAD.

When the optical depth of the canopy increases from 1 m to 10 m, at red wavelengths the variation of $\rho(\zeta_N)$ with terrain slope exhibits only a very slight increase, and a slight shift of the slope angle corresponding to the minimum

or maximum relative difference for each LAD. This may be due to the large absorption of red light by leaves. For NIR wavelengths (Fig. 4.5), the situation is quite different. The increase in the optical depth (and consequently the LAI) of the canopy by a factor of 10 results in a reduction of the relative difference by about 50% for positive excursions of the relative difference for the planophile and plagiophile LADs, and for the negative excursion of the erectophile LAD. However, it is interesting that such a large reduction is not seen for negative excursions of the relative difference for the planophile and plagiophile LADs, nor for the positive excursion of the erectophile LAD.

The above results show that the effect of plant stand orientation on the albedo varies with the type of vegetation, the wavelength, and the canopy LAI. However, it is also apparent that plant stand orientation affects the albedo to a much smaller extent does terrain slope by itself. These results are not completely unexpected because the albedo is an integral parameter that tends to smooth out local differences in bidirectional reflectance.

4.3.2.2 The BRF

To evaluate the effect of terrain slope and plant stand orientation on the BRF, we computed the BRF for the VVM and PGVM with the hot spot correction included. We considered the two cases of the principal plane set perpendicular to the tilted terrain, with the terrain normal in the direction ($\zeta_N = 20^\circ$, $\eta_N = 0^\circ$ or 180°). The sun direction is given by $\zeta_0 = 32^\circ$ and $\eta_0 = 0^\circ$, and the hot spot parameter was taken as $r_{sf} = 0.1$ m. To compare the BRF between the VVM and PGVM, we again calculate a relative difference, this time for the BRF as defined by:

$$\rho(\zeta_N, \underline{\Omega}_V) = \frac{BRF(\zeta_N, \underline{\Omega}_V)_{VVM} - BRF(\zeta_N, \underline{\Omega}_V)_{PGVM}}{BRF(\zeta_N, \underline{\Omega}_V)_{VVM}} \quad (4.14)$$

where $BRF(\zeta_N, \underline{\Omega}_V)$ represents the bidirectional reflectance factor in the direction $\underline{\Omega}_V$ in the S_1 coordinate system. The directional distribution of the relative difference $\rho(\zeta_N, \underline{\Omega}_V)$ is plotted as 3-D surface, and 2-D iso-contour, graphics (Fig. 4.7, 4.8). The centre of the plots is the nadir direction in the S_1 system (Fig. 4.2). The concentric circles in the iso-contour plots indicate the view zenith angle ζ_V every 10° . For tilted terrain, the radiation cannot be reflected upward from the tilted terrain into the complete upper hemisphere. Hence, the resulting $\rho(\zeta_N, \underline{\Omega}_V)$ plots lack some portion of the hemisphere depending on the direction of the terrain slope.

Let us consider first the uniform LAD, whose scattering phase function is isotropic. Consequently, its BRF without the hot spot correction should not depend on the terrain slope. However, when the hot spot correction is included, there is a very small difference in the BRF between the VVM and PGVM (Fig. 4.6). This occurs because the circular shape for the hot spot representation has a different cross-section for incident solar radiation depending on whether the vegetation is vertical or not. Fig. 4.6a corresponds to the BRF relative difference obtained for terrain tilted away from the sun direction by 20° , and Fig. 4.6b for terrain tilted towards the sun direction by 20° . For a slope tilted away from the sun, the hot spot correction leads to a modification

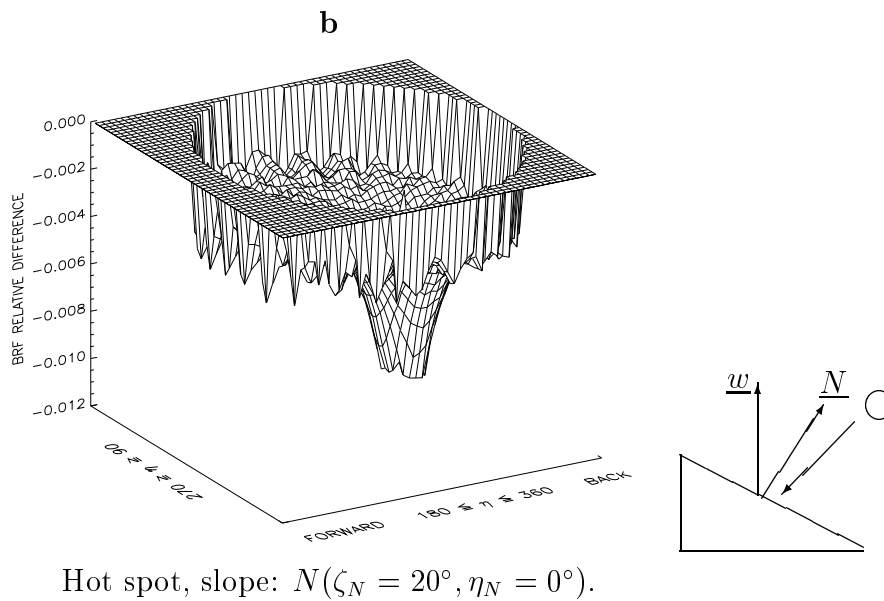
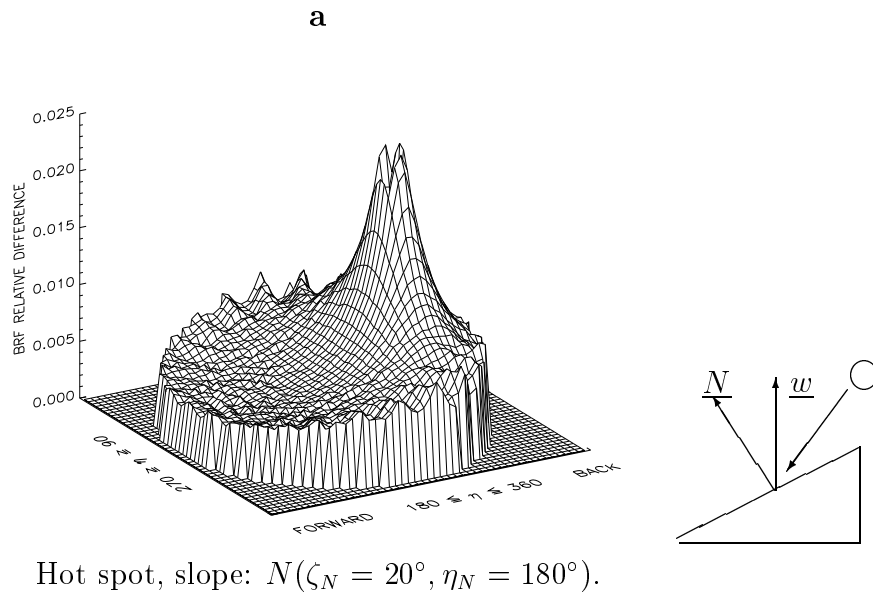


Figure 4.6: Comparison of BRFs computed with the VVM and PGVM for a uniform LAD, and with a hot spot ($r_{sf} = 0.1$ m), for red wavelengths.

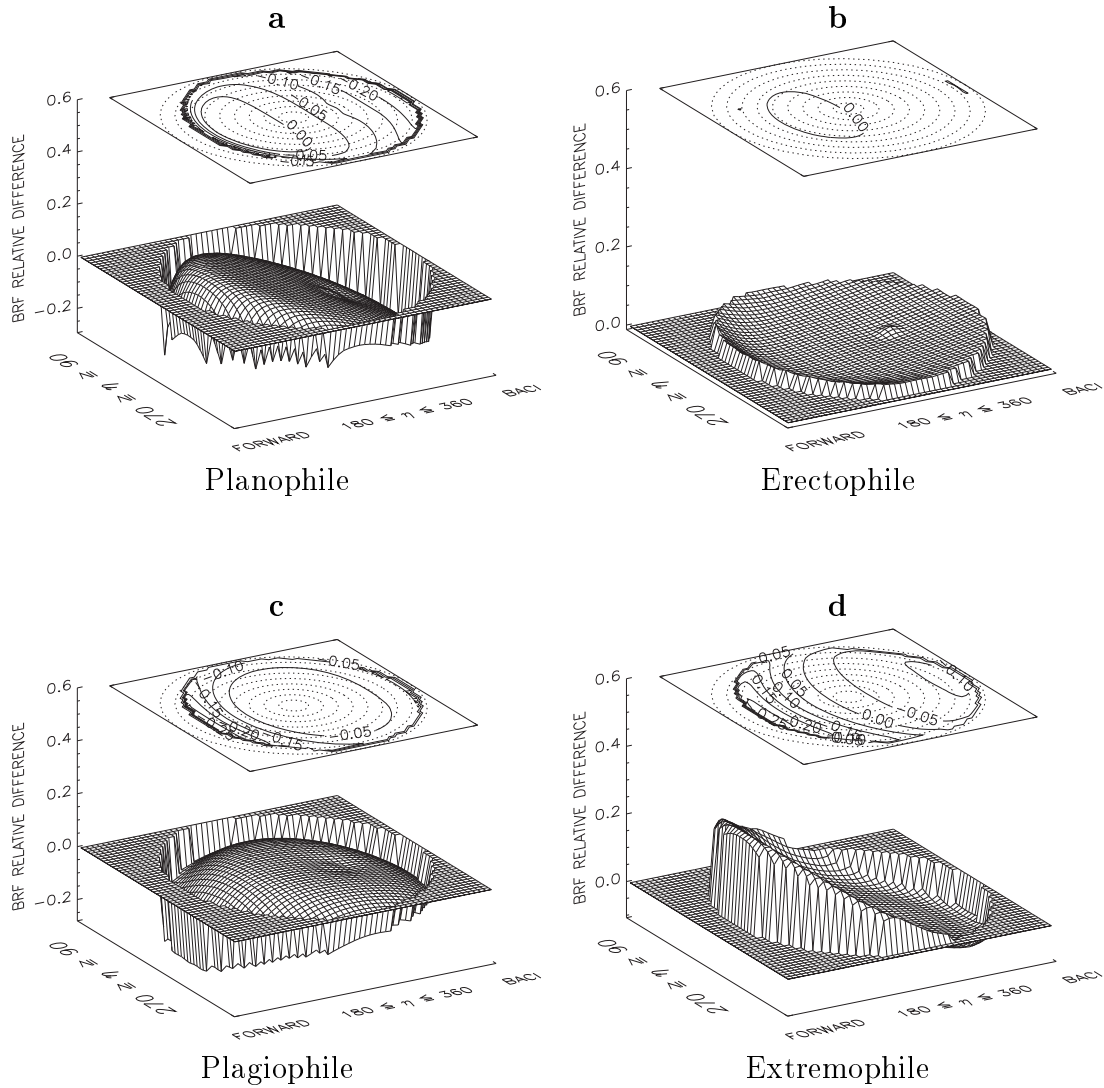


Figure 4.7: BRF relative difference between the VVM and PGVM, for red wavelengths. The terrain has a slope $N(\zeta_N = 20^\circ, \eta_N = 0^\circ)$ in the direction of the sun $\Omega_0(\zeta_0 = 32^\circ, \eta_0 = 0^\circ)$. The layer thickness is $z_t = 1$ m.

of the BRF that results in a relative difference of about 2.5% near the hot spot direction. For directions away from the hot spot, the BRF relative difference remains at about 0.5% and does not depend on the observation direction Ω_V .

For a slope tilted towards the sun direction ($\eta_N = 0^\circ$), the interaction cross-section of the solar beam is larger for r_{sf} than for \tilde{r} resulting in $BRF_{VVM} < BRF_{PGVM}$. This situation is inverted for a slope azimuth of $\eta_N = 180^\circ$. In the exact hot spot direction, the BRF relative difference is zero since for isotropic scattering properties, the radiation entering from the sun direction and scattered back in this exact sun direction $\underline{\Omega}_0$ does not depend either on the hot spot radius or on the vegetation orientation direction. Only the radiation scattered in directions near the hot spot direction is significantly affected in different ways by the VVM and PGVM calculations. The relative difference between the PGVM and VVM is small, although not zero, in directions other than near the hot spot direction.

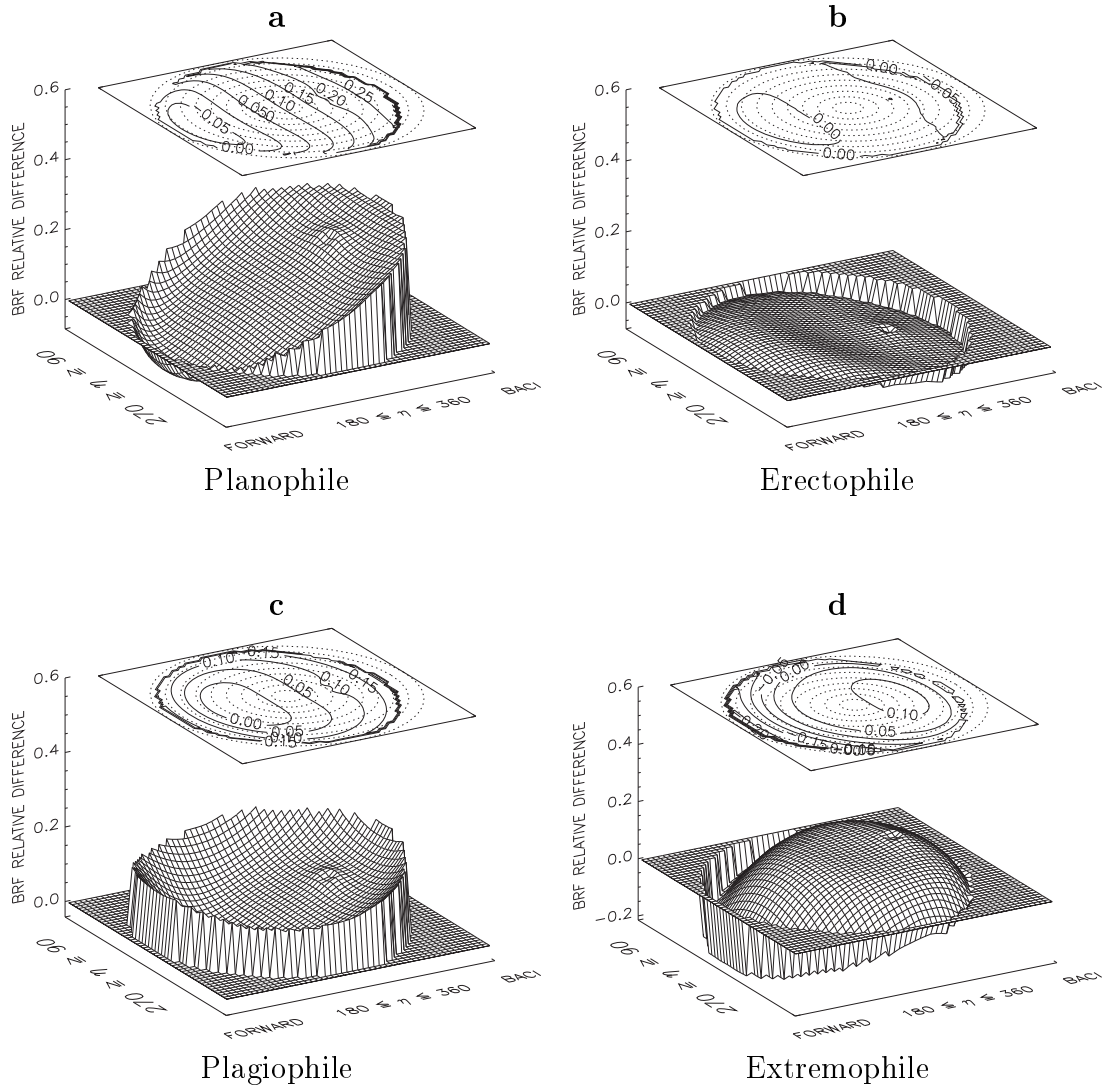


Figure 4.8: BRF relative difference between the VVM and PGVM, for red wavelengths. The terrain has a slope $N(\zeta_N = 20^\circ, \eta_N = 180^\circ)$ in the opposite direction to the sun $\Omega_0(\zeta_0 = 32^\circ, \eta_0 = 0^\circ)$. The layer thickness is $z_t = 1\text{m}$.

The relative differences of the BRF at red wavelengths are shown for the LADs in Figs. 4.7 and 4.8 ((a) planophile, (b) erectophile, (c) plagiophile and (d) extremophile). Fig. 4.7 corresponds to tilting of the terrain by 20° towards the sun direction, and Fig. 4.8 to tilting of 20° away it. The amplitude and sign of the relative difference for a given LAD vary very much with the sun, viewing, and slope angle geometry. For the planophile LAD, Fig. 4.7 shows that the relative difference reaches about -25% for backward directions, while it becomes slightly positive (less than $+5\%$) for forward directions. In contrast, Fig. 4.8a shows a similar directional distribution of the relative difference, but of the opposite sign: the relative difference reaches about $+25\%$ for backward directions, while it is slightly negative (less than -5%) for large forward directions. For the erectophile LAD (Figs. 4.7b and 4.8b), the BRF relative difference is always less than 5% in amplitude, while its sign is reversed from mainly positive (Fig. 4.7b) to mainly negative (Fig. 4.8b) as the slope tilts towards and away from the sun, respectively. For the plagiophile LAD, Fig. 4.7c exhibits a large region of slightly positive relative difference (less than $+5\%$) around nadir, and a narrow peripheral zone of large negative difference (more than -20%). In contrast, Fig. 4.8c shows the relative difference is negative (less than -5%) around the direction ($\zeta_V = 40^\circ, \eta_V = 180^\circ$), and increases to $+15\%$ in the peripheral zone. For the extremophile LAD, the relative difference is small (negative in Fig. 4.7d and positive in Fig. 4.8d) in backward directions, and increases to $\pm 20\%$ (positive in Fig. 4.7d and negative in Fig. 4.8d) in forward directions.

These directional distributions of the BRF relative difference show that the plant stand orientation effect is more important for the planophile and extremophile LADs than the plagiophile and erectophile LADs, since horizontally oriented leaves intercept a larger amount of solar radiation than vertically oriented leaves. However, the plant stand orientation effect changes as a function of the incidence angle and azimuth angle of the radiation with respect to the tilted surface. The occurrence of positive and negative BRF relative differences for a given configuration explains why the albedo relative difference remains small for the plagiophile and extremophile LADs.

4.3.2.3 Global estimation of the plant stand orientation effect

Because the directional distribution of the BRF relative difference varies considerably from one configuration to another, it is rather difficult to provide an overall picture of its dependence on LAD and terrain orientation. The bidirectional reflectance distribution exhibits a complex shape with positive and negative regions, and often the BRF relative difference increases strongly for a large oblique viewing angle $\underline{\Omega}_V$. Hence, to provide a global picture of the plant stand orientation effect, we define an index of the effect, P_{index} , that is the weighted sum of the BRF relative difference for each direction, given by:

$$P_{index} = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{\underline{\Omega}_V} \left(\rho(\zeta_N, \underline{\Omega}_V)^2 \cdot \cos \zeta_V \right)} \quad (4.15)$$

where $\cos \zeta_V$ represents the weighting for each direction and M is the number of directions. This weighting was chosen because in most of the cases a satellite-

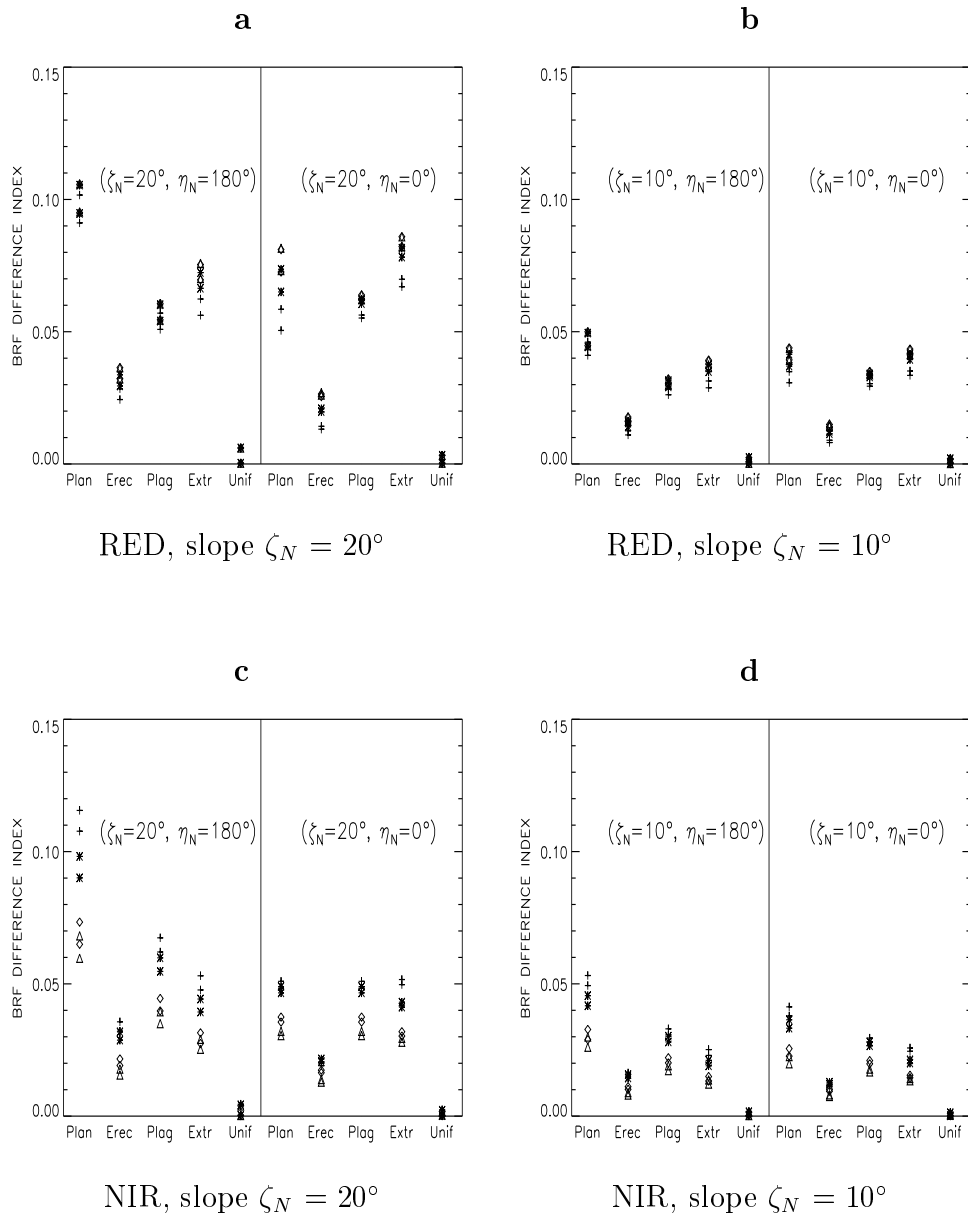


Figure 4.9: The VVM index for red and NIR wavelengths, for slopes of $\zeta_N = 20^\circ$ and $\zeta_N = 10^\circ$. For each case, the slope is oriented with $\eta_N = 180^\circ$ (away from the sun) or $\eta_N = 0^\circ$ (towards the sun). Leaf orientations are: planophile (plan), erectophile (erec), plagiophile (plag), extremophile (extr) and uniform (uni). The VVM index is calculated for $z_t = 1$ (+), 2 (*), 5 (\diamond) and 10 m (\triangle), with and without the hot spot. The index value is always larger if the hot spot is included.

borne radiometer cannot observe with a zenith angle greater than 70° . In this way, we emphasize the relative difference in the BRF around nadir, which is particularly important from the point of view of remote sensing of the earth's surface. We computed this index for red and NIR wavelengths and for all LAD types. Hereafter we call this index the 'VVM index'. We used four optical depths of the canopy, respectively 1, 2, 5 and 10 m; and four different slope orientations, consisting of two slope angles of 10° and 20° , each pointing both towards and away from the sun direction.

Fig. 4.9 shows the VVM index at red and NIR wavelengths, for both a 20° (Fig. 4.9a) and 10° (Fig. 4.9b) slope. In these figures, we represent the values with and without the hot spot correction with the same symbols. The values with the hot spot correction are always slightly higher than those without the hot spot correction.

When the LAD and the optical depth of the canopy are fixed, the VVM index is smaller for a 10° slope than for a 20° slope, by a factor larger than 1.5 for both red and NIR wavelengths. The effect of the terrain slope therefore decreases with decreasing slope angle, as expected. For a given sun/terrain-slope configuration, the VVM index varies with the optical depth of the canopy, the wavelength, and the type of LAD. The VVM index is, in general, larger for red than for NIR wavelengths, for all types of LAD except extremophile. However, the index exhibits a larger variation with optical depth for NIR than for red wavelengths, again except for the extremophile. Another interesting point is that the VVM index for NIR wavelengths decreases as the optical depth of the canopy increases, whereas its counterpart at red wavelengths exhibits only a very slight dependence on optical depth, for all LAD types except the extremophile. As expected, the planophile LAD shows the largest VVM index at both red and NIR wavelengths for most of the situations modelled, except for red wavelengths when the terrain is tilted towards the sun. In this latter situation, the VVM index becomes larger for the extremophile than for the planophile canopy. The erectophile LAD is the least sensitive to the effect of plant stand orientation. These results tend to show that the extremophile behaves in a quite different manner from the other LAD types.

4.3.2.4 Comparison with measured data

A preliminary validation of the VVM approach has been performed using reflectance data derived from measurements of radiance from a canopy of juvenile trees placed on a topographically orientable platform. The experimental system, described in detail elsewhere (Trotter, 1998), allows the slope and azimuth of the canopy to be varied independently, as a function of sun zenith and azimuth angles. A simple imaging radiometer, constructed from a digital camera and a filter wheel, is used to measure variations in radiance. Using this system, a set of radiance data has recently been acquired for a broad-leaved canopy (*pittosporum tenuifolium* var. silver sheen). Measurements were made as a function of sun azimuth and view zenith angles, for the canopy when horizontal and at a 45° slope. The sun zenith angle was 32° , and varied less than $\pm 2^\circ$ during measurements. The broad-leaved *pittosporum* canopy can be considered as having an approximately planophile LAD, which is the canopy

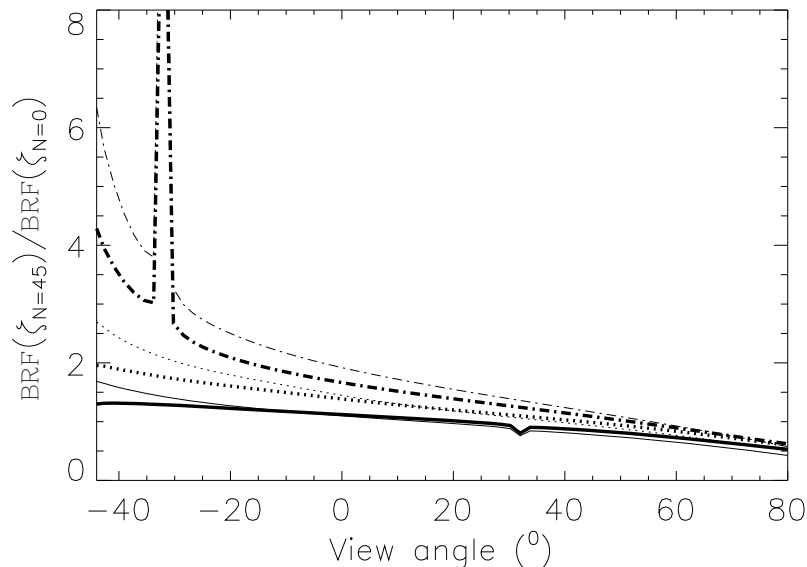


Figure 4.10: Ratio of $BRF(\zeta_N = 45^\circ)/BRF(\zeta_N = 0^\circ)$ as modelled with the VVM, for red (thin lines) and NIR (thick lines) wavelengths, at a sun zenith angle of 32° , and at slope azimuth angles relative to the principal plane of 0° (continuous line), 90° (dotted line) and 180° (dash and dot line).

type that exhibits the largest BRF relative differences in Figures 4.7 to 4.9.

To compare the VVM results with the experimental data we make use of the parameter $BRF(\zeta_N = 45^\circ)/BRF(\zeta_N = 0^\circ)$, the ratio of canopy reflectance at a slope angle of 45° to that when the canopy is horizontal. The variation in this parameter as predicted by the VVM, as a function of view zenith and sun azimuth angles, is quite large and is shown in Figure 4.10. Experimental data, available for a subset of the conditions shown in Figure 4.10, are given in Table 4.3, together with values predicted by both the VVM and PGVM approaches. In the case of the VVM, the agreement between the measured and predicted values of the reflectance ratio is most encouraging, with values usually agreeing within the expected measurement error. Considerably poorer agreement is obtained between measured reflectance ratios and those predicted with the PGVM, particularly at larger slope azimuth angles and as view zenith angles decrease. It should be noted that the reflectance ratios derived from radiance measurements have been corrected for the effects of diffuse illumination, because the reflectance ratio predicted by the VVM or PGVM is that for direct beam illumination only. This correction has been performed by assuming that the diffuse irradiance is uniformly distributed over the sky hemisphere, and has a magnitude such that 10% of the radiance from a horizontal canopy is from diffuse sources.

4.4 Conclusions

A one dimensional model was developed for bidirectional reflectance from a plant canopy on a hillslope. The model takes account of both the terrain slope and the tendency of plants to grow vertically regardless of slope because of

Table 4.3: Comparison of measured reflectance ratios for a broad-leaved canopy with those predicted from the VVM and PGVM for a planophile canopy, at a slope angle of 45° . The accuracy of the measured reflectance ratios is estimated as $\pm 10\%$. Negative view zenith angles indicate an off-nadir angle in the direction of the top of the slope. Slope azimuth angles are measured relative to the principal plane.

			$\frac{BRF(\zeta_N=45^\circ)}{BRF(\zeta_N=0^\circ)}$		
Wavelength	Slope azimuth angle ($^\circ$)	View zenith angle ($^\circ$)	Measured	Predicted with VVM	Predicted with PGVM
RED	0	+45	0.80	0.78	0.78
		0	1.11	1.10	1.14
		-30	1.28	1.40	1.23
	90	+45	0.87	0.94	0.98
		0	1.31	1.45	0.94
		-30	1.75	2.03	0.96
	180	+45	1.21	1.17	0.96
		0	2.04	1.92	0.98
		-30	3.43	3.26	0.73
NIR	0	+45	0.94	0.93	0.96
		0	1.17	1.12	1.08
		-30	1.22	1.28	1.12
	90	+45	1.00	1.11	0.99
		0	1.27	1.39	0.97
		-30	1.54	1.73	0.99
	180	-45	1.27	1.27	1.07
		0	1.73	1.66	1.05
		-30	2.35	2.67	0.88

the orienting effects of gravity. The model is based on the turbid medium assumption and includes a correction for the hot spot effect. This model, called the 'Vertical Vegetation Model', was compared with a classical 'Perpendicular to the Ground Vegetation Model' to evaluate the impact of plant stand orientation and terrain slope on the albedo and BRDF of a vegetation canopy, for a range of leaf angle distributions.

The albedo of a vegetation canopy on tilted terrain may become larger or smaller than that of horizontal terrain for both the VVM and PGVM, depending on the particular configuration of the sun direction and terrain slope. In addition to the effect of terrain slope, the albedo of the vegetation canopy also shows a dependence on the orientation of the plant stand. The relative difference in the albedo calculated using the VVM and PGVM approaches is less than 10% for small to moderate slope angles, and reaches 20% when illuminated at very oblique incidence angles. The amplitude and sign of the albedo relative difference changes significantly with the type of leaf orientation, with the largest effects being observed for a planophile LAD and the smallest for an erectophile LAD.

The effect of plant stand orientation on the BRDF follows no simple general rule in terms of variation with the optical depth of the canopy, sun/terrain-slope configuration, wavelength, or LAD type. The relative difference in the BRDFs calculated using the VVM and PGVM changes greatly in overall pattern, amplitude and sign with LAD type and sun/terrain-slope configuration. For the planophile, plagiophile and extremophile LADs, the relative difference can reach more than $\pm 10\%$ for small to moderate observation angles of less than 60° off-nadir.

The retrieval of earth surface characteristics relies on the measurement of radiance in the range of observation angles up to 60° . This means that both terrain slope and plant stand orientation must be taken into account for accurate retrieval of earth surface vegetation parameters. The use of the PGVM assumption for parameter retrieval over sloped terrain may lead to significant errors in the values of the parameters because of the orienting effects of gravity on plant stands. Present indications, based on an initial comparison of predicted and measured reflectance ratios, suggest that predictions of the VVM are consistent with changes in reflectance observed for real vegetation canopies as a function of variation in terrain slope, wavelength, and view zenith and slope azimuth angles. Since the computing cost in using the VVM is not much greater than that of the PGVM, it may be more appropriate to use the VVM in the retrieval of earth surface vegetation parameters.

Chapitre 5

Évaluation de l'adéquation entre les mesures et le modèle

Dans le chapitre précédent, nous avons montré que l'orientation des feuilles doit être corrigée en fonction de la pente du sol. Dans ce chapitre, nous désirons évaluer l'inadéquation entre les mesures et le modèle lorsqu'on ne représente pas la topographie.

5.1 Rayonnement réfléchi par une topographie

Les résultats précédents (section 4.3.2) montrent qu'il faut tenir compte de la pente lorsque celle-ci est importante (par exemple une pente de 45° dans la section 4.3.2).

Lorsque l'on restitue les caractéristiques du couvert végétal à l'aide du rayonnement correspondant à un pixel observé, on considère que la pente du sol correspondant à ce pixel est constant. Plus précisément, on ne tient pas compte des variations de la pente à l'échelle sous-pixel. Ce choix est généralement motivé par une faible variation de la pente du sol autour de la pente moyenne (la pente à l'échelle du pixel). On comprend donc que cette simplification est implicitement sous-tendue par l'hypothèse que les écarts de BRF entre un terrain de pente constante et un terrain composé de pentes variables se compensent en moyenne si les écarts de pentes autour de la pente moyenne se compensent.

Nous allons donc examiner cette hypothèse dans le cas particulier d'un terrain horizontal en moyenne et utiliser le modèle VVM (section 4.2) pour estimer l'inadéquation entre les mesures de rayonnement réfléchi sur une topographie et un modèle qui ne tient pas compte de la topographie.

Pour cela, on suppose qu'un satellite observe une surface dont la pente de terrain ζ_N varie entre $\pm 5^\circ$. On suppose que l'on désire employer les mesures de BRF pour restituer les caractéristiques de la surface, mais que l'on ne tient pas compte de la topographie. Nous allons donc évaluer l'écart entre le rayonnement réfléchi par le terrain horizontal et le rayonnement "vrai" réfléchi par la topographie et représenté à l'aide du modèle VVM.

Topogra-
phie
moyenne et
rayonne-
ment
moyen

Terrain
horizontal
en moyenne

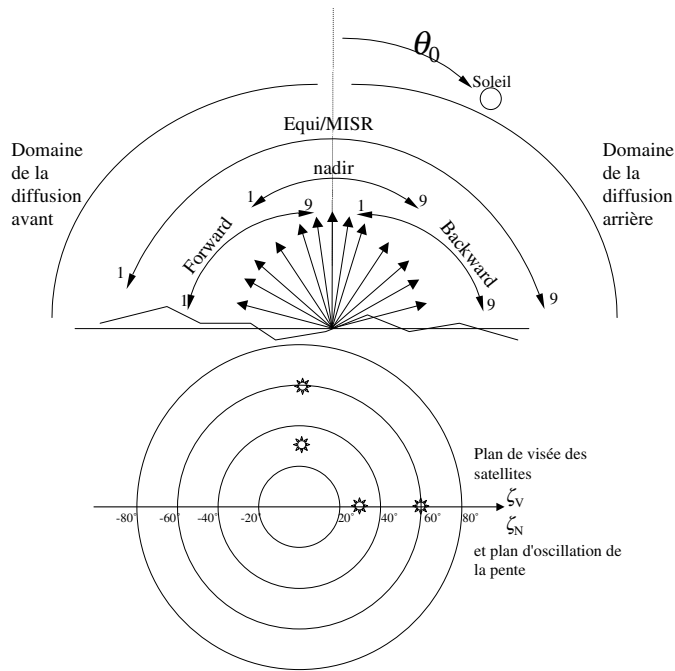


FIG. 5.1 – Configuration d'échantillonnage angulaire des satellites. Les numéros 1 et 9 correspondent aux angles du tableau 3.2.

Topogra-
phie :
 n_{pente}

La topographie correspond à une surface dont la pente varie de -5° à 5° par pas de 1° , soit $n_{pente} = 11$ orientations différentes des parcelles de terrain. Les normales $\underline{\Omega}_N$ aux pentes sont coplanaires, *i.e.* l'aspect η_N est nul.

Échantillon
statistique :
 n_{biome}

Afin d'établir un échantillon statistique suffisamment important, on crée $n_{biome} = 27$ biomes différents, chaque biome correspondant à un jeu de paramètres particulier. Pour une longueur d'onde donnée, le LAI prend les valeurs $L = 0.5, 2, 10$ et l'orientation des feuilles correspond aux paramètres $\theta_m = 10^\circ, 45^\circ, 80^\circ$ et $\epsilon = 0.7, 0.8, 0.9$. Nous avons choisi de ne pas prendre en compte le *hot spot* pour éviter la singularité qu'il représente dans cette analyse, compte tenu du fait que l'observation dans cette direction est peu probable. Les valeurs des paramètres optiques des feuilles et du sol (r_L, t_L, R_S) sont celles indiquées dans la table 1.1.

5.2 Principe de l'estimation de l'inadéquation mesures/modèle

Matrice
d'erreur

Nous estimons la matrice de covariance \mathbf{W}_p , de dimension $n_{mes} \times n_{mes}$ représentant l'erreur que l'on commet en ignorant la pente. Les éléments de

cette matrice sont définis par :

$$\mathbf{W}_p(i, j) = \frac{1}{n_{pente} \times n_{biome}} \times \sum_{l=1}^{n_{biome}} \sum_{k=1}^{n_{pente}} \left[\ln R_H(\zeta_{V_i}) - \ln R^*(\zeta_{V_i}, \zeta_{N_k}) \right] \left[\ln R_H(\zeta_{V_j}) - \ln R^*(\zeta_{V_j}, \zeta_{N_k}) \right] \quad (5.1)$$

où $R^*(\zeta_{V_i}, \zeta_{N_i})$ désigne la réflectance bi-directionnelle d'une surface de pente ζ_{N_i} dans la direction ζ_{V_i} et $R_H(\zeta_{V_i})$ désigne la réflectance bi-directionnelle dans la direction ζ_{V_i} correspondant à l'hypothèse d'un sol horizontal. Toutes les directions sont mesurées par rapport au repère S_1 (fig. 4.2).

Les éléments de la matrice de covariance représentent donc la contribution moyenne des n_{pente} pentes du sol, et de tous les couverts végétaux (n_{biome} types de couverts). Les coefficients de covariance sont donc calculés pour $n_{pente} \times n_{biome} = 297$ pentes et couverts différents.

Nous avons utilisé le logarithme des BRDF de manière à rester cohérent avec les choix du chapitre 2. En conséquence, la différence entre les logarithmes des BRDF correspond à une différence relative, pour peu que l'écart δR entre R_H et R^* soit petit devant les BRDF ($\delta R/R^* \ll 1$) : $\ln R_H - \ln R^* = \ln R_H/R^* = \ln 1 + \delta R/R^* \approx \delta R/R^*$. La racine carrée des termes de la diagonale ($\sqrt{\{\mathbf{W}\}_{ij}}$) correspond donc à une erreur relative.

Les mêmes calculs ont été faits pour quatre positions solaires :

- | | | |
|--|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> - $\underline{\Omega}_0(\zeta_0 = 32^\circ, \eta_0 = 0^\circ)$; - $\underline{\Omega}_0(\zeta_0 = 60^\circ, \eta_0 = 0^\circ)$; - $\underline{\Omega}_0(\zeta_0 = 32^\circ, \eta_0 = 90^\circ)$; - $\underline{\Omega}_0(\zeta_0 = 60^\circ, \eta_0 = 90^\circ)$. | } | <p>Normales $\underline{\Omega}_N$ et plan principal sont coplanaires, fig. 5.2, 5.3 et 5.5.</p> <p>Normales $\underline{\Omega}_N$ et plan principal sont perpendiculaires, fig. 5.4 et 5.6.</p> |
|--|---|---|

4 positions solaires

Dans chaque cas, les normales à la surface et le plan d'échantillonnage du satellite sont identiques.

5.3 Analyse de l'inadéquation mesures/modèle

Les figures 5.2 à 5.6 représentent la matrice de covariance \mathbf{W}_p pour le visible (fig. 5.2 à 5.4) et le proche infrarouge (fig. 5.5 et 5.6). Pour chaque longueur d'onde, nous avons représenté \mathbf{W}_p pour $\eta_0 = 0^\circ$ (fig. 5.3 et 5.5) et $\eta_0 = 90^\circ$ (fig. 5.4 et 5.6).

Représentation graphique de \mathbf{W}_p

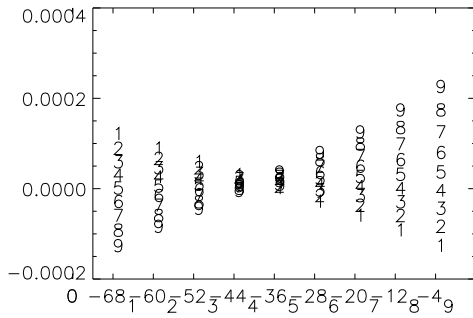
Dans chaque colonne j des figures, on reporte la quantité $\{\mathbf{W}_p\}_{ij}$, cette quantité est repérée sur le graphique par le numéro i . Chaque indice de ligne i et de colonne j correspond à une direction de visée dont la valeur varie avec la configuration choisie (le tableau 3.2 donne la valeur de ces angles, la figure 5.1 schématise ces configurations).

En abscisse, nous avons reporté la valeur de l'angle de visée ainsi que le numéro correspondant (en indice).

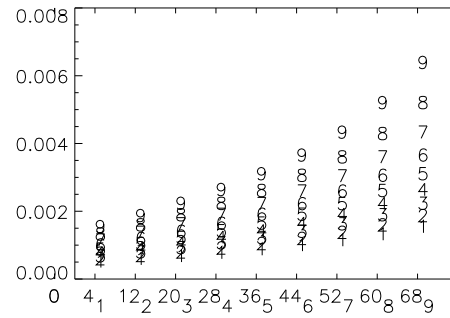
Pour chaque figure, nous avons indiqué l'erreur relative maximale en pourcentage, *i.e.* $\sqrt{\max(\{\mathbf{W}_p\}_{ii})} \times 100$.

L'allure de la matrice de covariance \mathbf{W}_p dépend peu de la longueur d'onde :

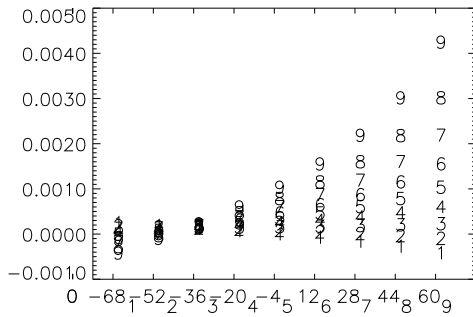
Description générale de \mathbf{W}_p



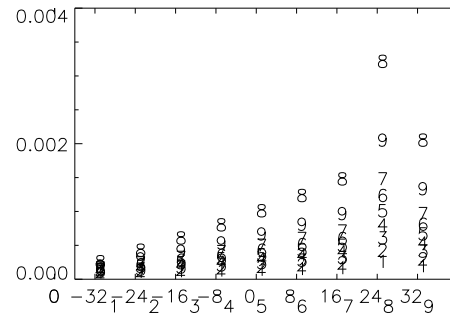
a (Forward), 1.4% max



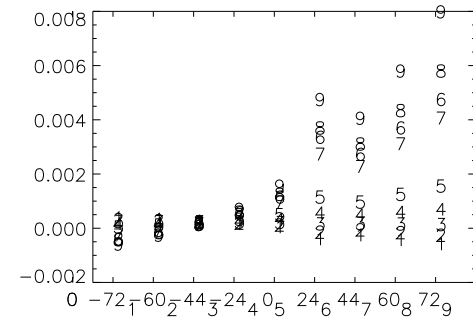
b (Backward), 7.7% max



c (Equi), 6.3% max



d (Nadir), 5.5% max



e (MISR), 9.0% max

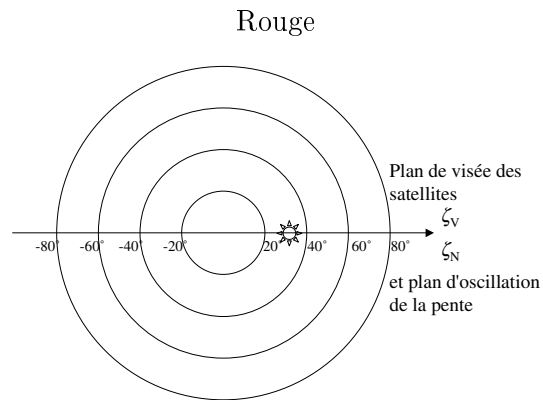
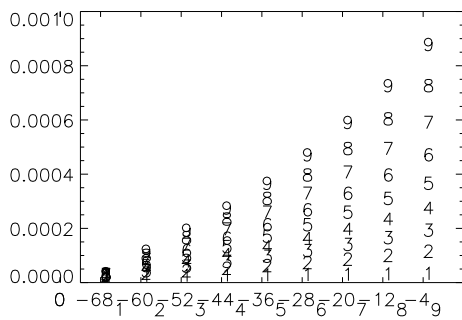
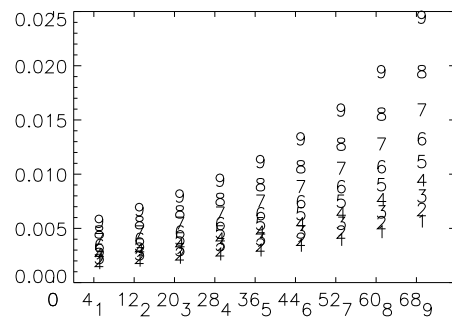


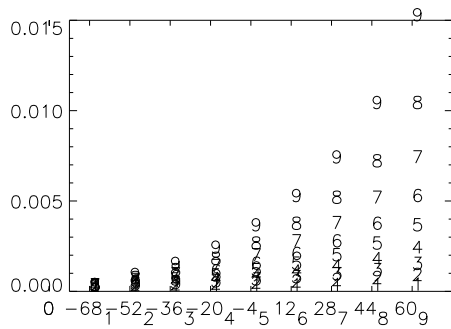
FIG. 5.2 – Matrice d'inadéquation mesures/modèle, dans le cas où le modèle néglige la topographie. Pentés et mesures dans le plan principal, $\theta_0 = 32^\circ$. En abscisse, nous avons reporté la valeur de l'angle de visée, ainsi que le numéro de chacune de ces directions de visées (voir table 3.2).



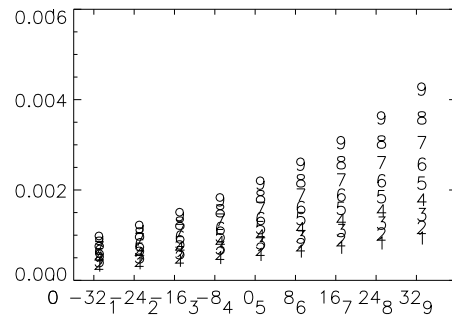
a (Forward), 3% max



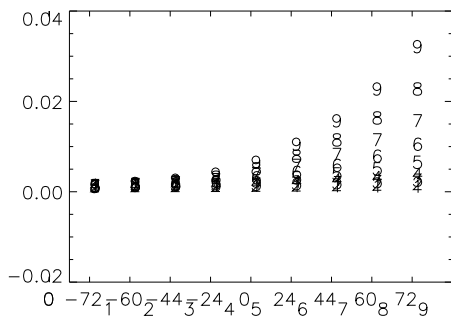
b (Backward) 15.8% max



c (Equi) 12.2% max



d (Nadir) 6.3% max



e (MISR) 17.3% max

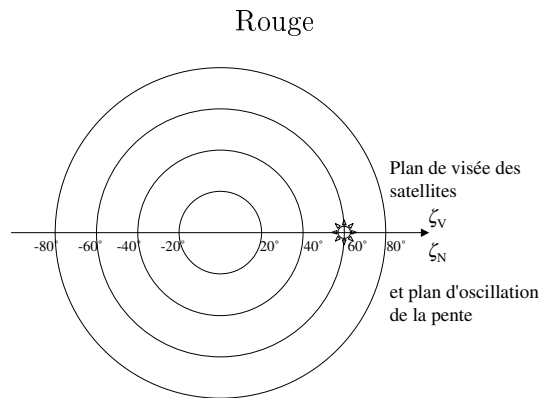


FIG. 5.3 – Inadéquation mesure/modèle, dans le cas où la pente est négligée. Mesures pour le visible, pentes et mesures dans le plan principal.

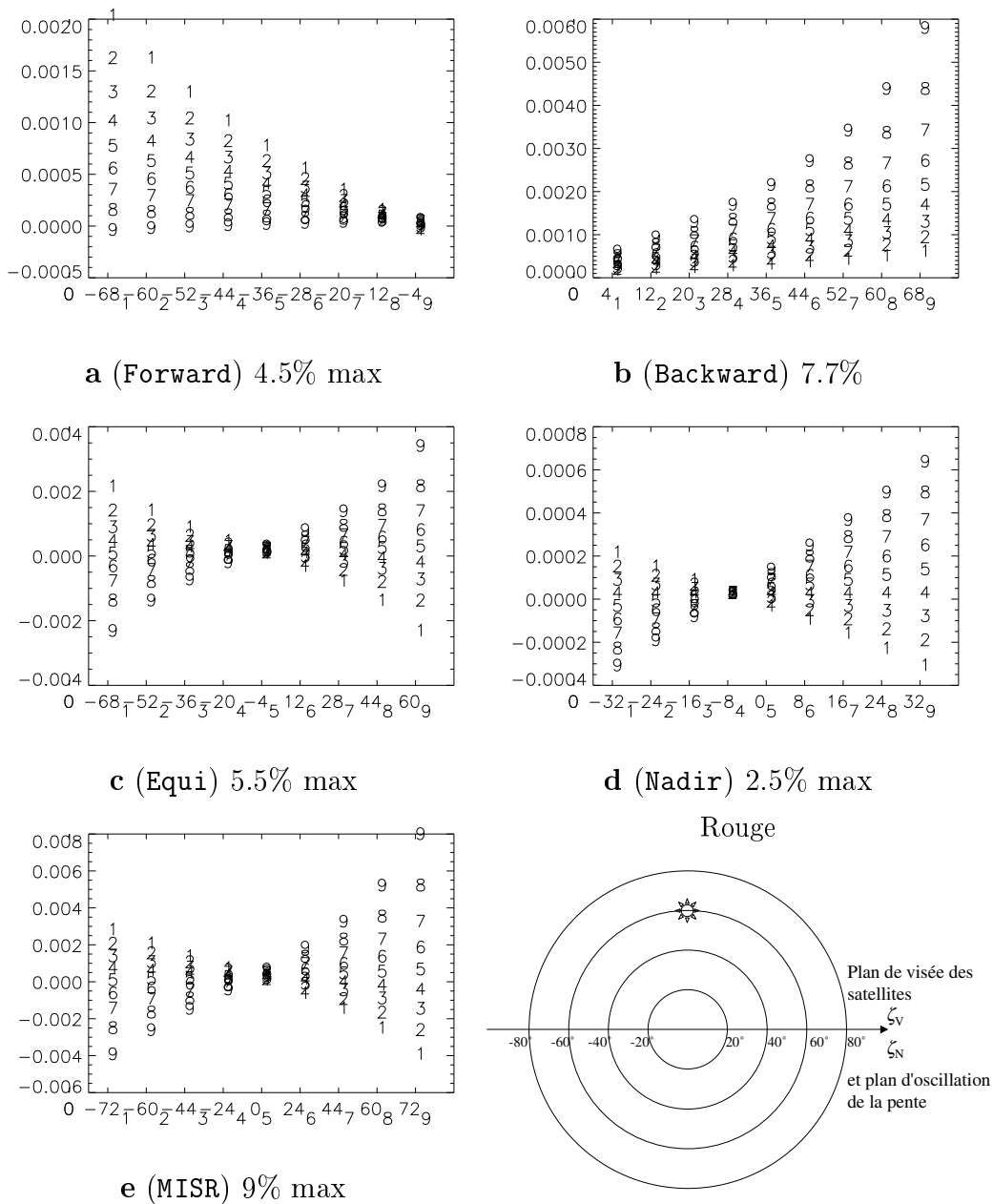
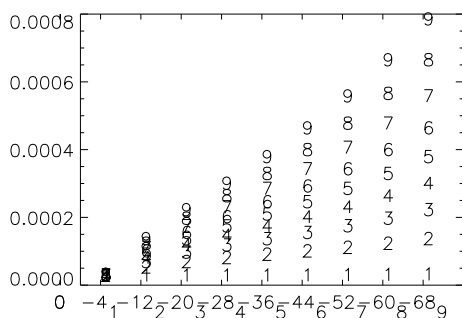
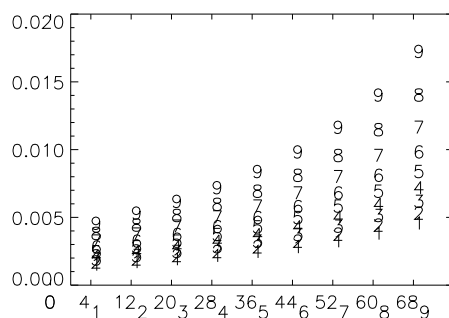


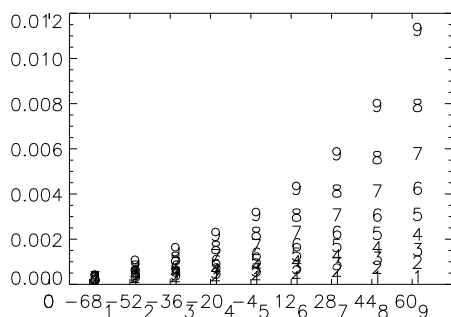
FIG. 5.4 – Inadéquation mesure/modèle, dans le cas où la pente est négligée. Mesures pour le visible, plan perpendiculaire au plan principal.



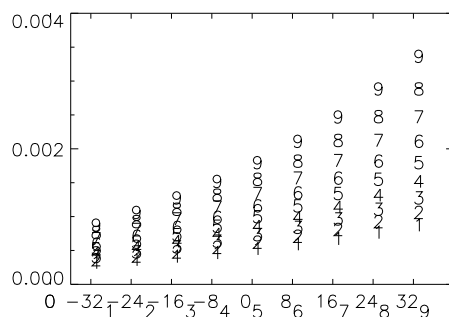
a (Forward) 3% max



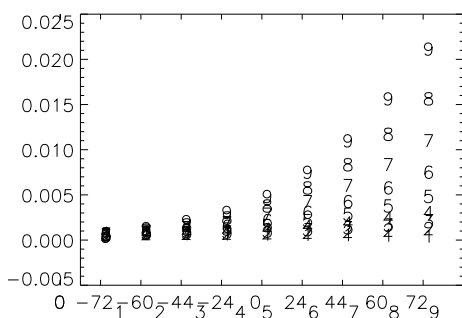
b (Backward) 13% max



c (Equi) 10.5% max



d (Nadir) 6% max



e (MISR) 14% max

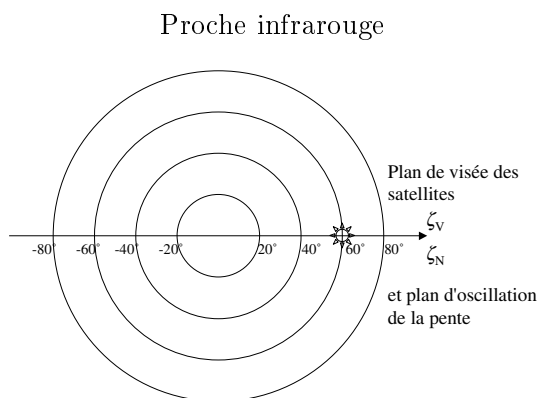
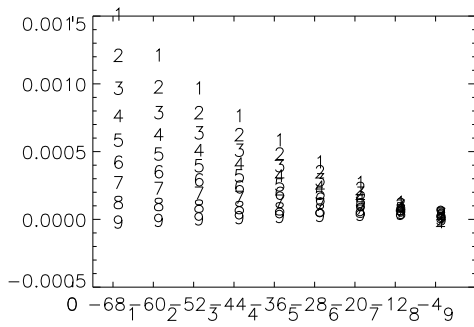
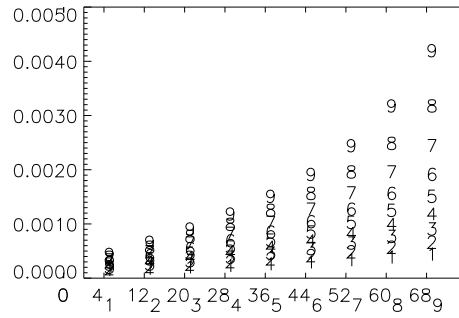


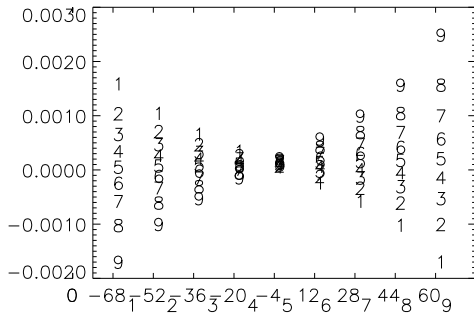
FIG. 5.5 – Inadéquation mesure/modèle, dans le cas où la pente est négligée. Mesures pour le proche infrarouge, plan principal.



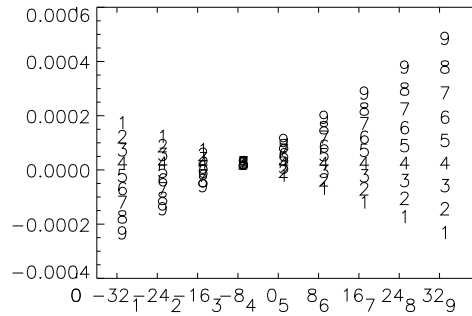
a (Forward) 4% max



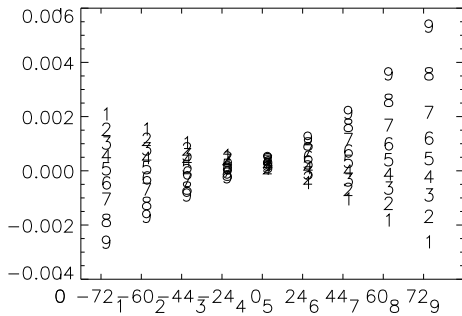
b (Backward) 6.3% max



c (Equi) 5% max



d (Nadir) 2% max



e (MISR) 7% max

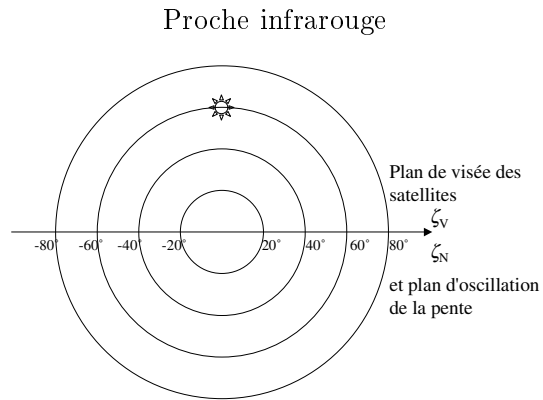


FIG. 5.6 – Inadéquation mesure/modèle, dans le cas où la pente est négligée. Mesures pour le proche infrarouge, plan perpendiculaire au plan principal.

on remarque seulement que dans le visible l'amplitude de $\{\mathbf{W}_p\}_{ij}$ est un peu plus importante que dans le proche infrarouge.

On remarque aussi que les termes de la matrice \mathbf{W}_p augmentent quand l'azimuth solaire augmente (voir les figures 5.2 et 5.3).

La valeur des termes \mathbf{W}_p dépend directement de l'échantillonnage choisi. Lorsque les plans de variation de la pente, le plan d'échantillonnage du satellite et le plan principal sont confondus (fig. 5.2, 5.3 et 5.5) les plus petites erreurs sont obtenues pour l'échantillonnage **Forward** (moins de 3%). En revanche, lorsque le plan principal est perpendiculaire au plan d'échantillonnage (fig. 5.4 et 5.6) c'est pour la configuration **Nadir** que les plus petites erreurs sont commises (moins de 2.5%).

Pour les autres configurations d'échantillonnage (**Backward**, **Equi** et **MISR**) les erreurs peuvent être beaucoup plus importantes, dépassant 10% pour un angle solaire de $\theta_0 = 60^\circ$ (fig. 5.4 et 5.6).

Une topographie de pente moyenne nulle et dont les fluctuations sont faibles ne peut pas être représentée par une surface horizontale. L'erreur que l'on commet en supposant cette topographie horizontale est comprise entre 1% et 17% pour des pentes variant entre -5° et 5° . Les BRF réfléchies sur une topographie nécessitent donc d'être corrigées de manière à tenir compte de la pente.

Erreur
maximale

Les termes de covariance jouent un rôle important, puisque c'est en fait la matrice $\mathbf{W}^{-1} = (\varepsilon_D \mathbf{I} + \mathbf{W}_p)^{-1}$ qui nous intéresse. Par conséquent, la présence de termes de covariance dans \mathbf{W}_p implique que la matrice \mathbf{W} n'est pas diagonale. Dans ce cas, l'équation 2.14 n'est plus valable, car elle ne prend pas en compte les termes de covariance. Il faut alors utiliser la forme générale 2.13.

Termes de
covariance

Pour un soleil placé dans le plan d'échantillonnage du satellite (fig. 5.2, 5.3, 5.5), on observe que les erreurs présentent des corrélations plus importantes quand la direction d'échantillonnage tend vers $\theta_V = 90^\circ$ dans la direction de rétrodiffusion, *i.e.* de l'angle n° 1 à l'angle n° 9, la covariance avec l'angle n° 1 étant toujours la plus proche de 0, pour toutes les configurations.

Quand le soleil est placé dans le plan perpendiculaire au plan d'échantillonnage, les relations de covariance entre les directions de visée varient suivant la configuration (fig. 5.4 et 5.6). Ainsi, pour **Forward**, la covariance des termes d'erreur décroît avec le numéro de l'angle (on ne peut plus parler de directions de diffusion avant ou arrière), mais pour **Backward** elle croît avec le numéro de l'angle. Les autres configurations (**Equi**, **Nadir** et **MISR**) présentent des situations mixtes.

En conséquence, les configurations **Equi** et **MISR** qui étaient les meilleures en l'absence d'erreur instrumentale (voir section 3.3) peuvent coïncider avec des directions de visée où l'inadéquation mesure/modèle est importante.

En conclusion, les termes de corrélation dépendent directement de l'échantillonnage angulaire et de la géométrie plan d'échantillonnage–plan principal. Par conséquent, l'incertitude \mathbf{W}_p doit être calculée pour chaque jeu de données. Le meilleur moyen d'éviter ce calcul est bien sûr d'employer un modèle prenant en compte la topographie.

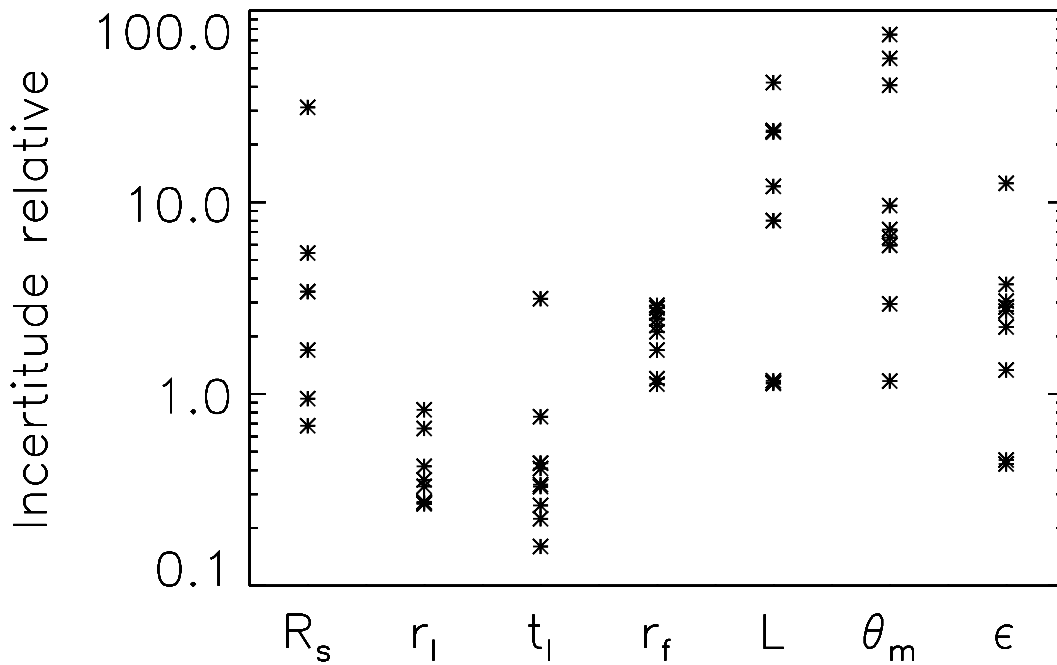


FIG. 5.7 – Incertitude relative des paramètres estimés avec MISR, en tenant compte de l’erreur de mesure et en l’absence de représentation de la topographie. Sur cette figure, l’axe vertical de l’incertitude relative a été limité à 100.0, mais dans certains cas l’erreur peut être plus importante.

Incertitude
des
paramètres

Examinons à présent l’incertitude relative des paramètres¹ lorsqu’on ne tient pas compte de la topographie (Fig. 5.7). Cette incertitude est définie par :

$$\Delta = \sqrt{\left(\mathbf{U}^T(\mathbf{W}_p + \varepsilon_D \mathbf{I})^{-1} \mathbf{U}\right)^{-1}} \quad (5.2)$$

où $\varepsilon_D = 0.005$ (7% d’incertitude sur les mesures) et les valeurs de \mathbf{W}_p sont celles données par la figure 5.3.e. Cette incertitude est calculée pour $L = 0.5, 1, 2$ et $\theta_m = 10^\circ, 45^\circ, 80^\circ$, avec $\varepsilon = 0.9$. Sur la figure 5.7, la valeur 1.0 représente une incertitude de 100%.

Il résulte que l’erreur sur les paramètres est particulièrement importante si on ne corrige pas la topographie.

Dans le chapitre 3, nous avons recherché des configurations optimales sans tenir compte d’aucune source d’erreur. Nous venons de montrer que les incertitudes liées aux mesures présentent des interactions non négligeables. Par conséquent, si l’on tient compte de l’inadéquation mesures/modèle (\mathbf{W}_p), les configurations précédemment jugées optimales ne le sont plus.

Cette remarque est valable pour toutes les sources d’erreurs. On ne pourra cependant pas corriger toutes ces erreurs comme on l’a fait pour la topographie. Dans ce cas, la recherche d’un échantillonnage optimal doit tenir compte de ces sources d’erreurs de la manière la plus exhaustive possible.

¹On ne peut plus parler d’amplification d’erreur puisqu’on tient compte de $\mathbf{W} = (\varepsilon_D \mathbf{I} + \mathbf{W}_p)$

5.4 Conclusion

Nous nous sommes intéressé au problème de la non prise en compte de la topographie à l'échelle sous-pixel. Nous nous sommes placé dans le cas particulier d'un terrain en moyenne horizontal. Cela signifie que l'on considère que le rayonnement du pixel observé correspond à une surface plane, alors que la surface observée est constituée d'éléments de surface de pentes différentes.

Nous avons donc calculé la matrice de covariance d'erreur en comparant le rayonnement réfléchi par un terrain plat à celui réfléchi par un terrain dont la pente est comprise entre $\pm 5^\circ$. On constate que l'erreur peut se révéler particulièrement importante (plus de 10%) suivant l'échantillonnage angulaire choisi.

On constate que les mesures sont corrélées entre les différentes directions de visée. La matrice d'erreur \mathbf{W} (chapitre 2) qui représente l'erreur expérimentale et l'inadéquation mesures/modèle, n'est donc pas une matrice diagonale, contrairement à l'hypothèse simplificatrice généralement admise.

Les calculs que nous avons présentés montrent donc la nécessité d'évaluer les différentes sources d'erreurs jusqu'ici ignorées ou simplifiées. Cette détermination doit être faite de manière à évaluer l'ordre de grandeur des erreurs, mais aussi la dépendance des erreurs à l'échantillonnage.

La nécessité de procéder à une analyse minutieuse des termes d'erreur est motivée par le fait que plusieurs sources d'incertitude existent (hétérogénéité, topographie, atmosphère, instrument, ...) et que ces effets se cumulent. D'autre part, c'est l'inverse de \mathbf{W}^{-1} de la matrice de covariance d'erreur qui est requise (pour l'inversion et l'estimation du contenu en information). Il est donc nécessaire de connaître les termes hors diagonale.

Conclusion

Contexte

La restitution des paramètres de la végétation est basée sur la mesure de l'intensité lumineuse, échantillonnée pour plusieurs directions d'observation et longueurs d'onde. Les caractéristiques du rayonnement mesuré dépendent aussi de l'échelle spatiale d'acquisition. La restitution des paramètres nécessite en outre un modèle du rayonnement mettant en relation des paramètres décrivant le milieu végétal avec le rayonnement réfléchi. L'ajustement des simulations du modèle aux mesures permet de restituer les caractéristiques du milieu végétal.

Les satellites actuels fournissent des données pour un nombre restreint de directions et longueurs d'ondes. De plus ces données sont entachées de différentes erreurs, provenant notamment de l'instrument de mesure, de la chaîne de traitement des données et de l'état de l'atmosphère. En outre, le modèle utilisé pour simuler ces données ne permet pas une représentation exhaustive des caractéristiques des données. En particulier, on emploie un nombre réduit de paramètres, qui ne permettent pas de décrire complètement le couvert à une échelle donnée, entraînant une inévitable inadéquation (liée à la représentation des propriétés réfléchissantes des feuilles et du sol, de l'hétérogénéité du couvert, de la prise en compte de l'atmosphère, de la topographie, ...) entre les simulations et les données.

L'inversion de données de télédétection dans un mode d'exploitation est tributaire de la prise en compte de ces différentes sources d'erreurs. En effet, l'évaluation continue des paramètres de végétation à partir de données satellites n'a vraiment de sens que si l'on peut estimer l'incertitude de ces estimations, *i.e.* un intervalle de confiance autour de chaque estimation.

Par conséquent, il est particulièrement intéressant de pouvoir déterminer l'échantillonnage optimal du jeu de données pour que l'estimation des paramètres soit la plus précise possible, que ce soit pour définir un nouvel instrument, une campagne de mesure ou pour guider le choix entre différents jeux de données existants.

Méthodes et résultats

La définition de l'information disponible dans une mesure physique ainsi que l'incertitude de la valeur estimée des paramètres d'un milieu (matrice de covariance) ont été définies par Fisher, sur la base de la sensibilité des mesures aux paramètres. Nous pouvons retenir de ce formalisme qu'une mesure apporte

Précision de l'estimation des paramètres de la végétation

d'autant plus d'information qu'elle permet de diminuer l'incertitude sur les paramètres estimés.

La base de la formulation du problème inverse repose sur l'estimation des paramètres du modèle tel que la densité de probabilité des paramètres restitués soit maximale. On recherche donc le maximum de vraisemblance (*maximum likelihood*) des paramètres de la végétation. Or, on montre que la recherche de ce maximum coïncide avec la recherche du maximum d'information. La définition de l'information au sens de Fisher est donc adaptée à la formulation et à la résolution du problème inverse.

Rôle de
l'échan-
tillonnage

Nous avons montré que la distribution directionnelle de la sensibilité des mesures aux paramètres n'est pas isotrope, *i.e.* la sensibilité des mesures aux paramètres de la végétation dépend de la direction d'observation et donc de l'échantillonnage directionnel.

D'autre part, nous nous sommes intéressé à la précision des paramètres restitués suivant la configuration d'échantillonnage angulaire. Il apparaît que la précision des paramètres inversés dépend directement du choix de l'échantillonnage, même dans le cas idéal où aucune erreur n'entache les mesures. Ce constat montre donc la nécessité de rechercher un échantillonnage optimal des mesures.

Nous avons montré que ce sont les configurations qui permettent d'échantillonner les mesures pour des directions allant de la diffusion avant à la diffusion arrière qui permettent de restituer les paramètres avec la meilleure précision.

Précision
numérique
des calculs

La précision des estimations dépend non seulement de l'information fournie par les mesures, mais aussi de la résolution numérique du système d'équations à résoudre.

Il est bien connu que la plupart des problèmes inverses sont des problèmes mal posés (au sens de Hadamard). En conséquence, les matrices à inverser sont généralement mal conditionnées. Nous avons pu vérifier que les matrices employées dans le problème d'inversion des paramètres de la végétation sont effectivement mal conditionnées. Cela signifie que le système d'équations à résoudre est très sensible aux moindres variations des données. Les solutions calculées ne sont donc pas très stables. Afin de pallier ce problème, il est nécessaire de régulariser le problème inverse, par exemple en ajoutant des informations *a priori*.

Prise en
compte des
erreurs du
modèle

Les fluctuations des données ont pour origine les erreurs instrumentales, mais elles sont aussi dues à ce que le modèle ne prend pas en compte. Nous nous sommes donc intéressé au problème de l'adéquation entre mesures et modèle.

Le formalisme du contenu en information permet de prendre en compte les erreurs provenant à la fois des mesures et du modèle. Nous avons donc testé les conséquences d'un modèle représentant de manière inexacte les données.

Pour cela, nous avons créé un modèle permettant de calculer les réflectances bi-directionnelles d'un couvert poussant sur un sol en pente.

La particularité de ce modèle est que la végétation pousse verticalement quelle que soit la pente. Les résultats montrent qu'il est absolument nécessaire de tenir compte de cette hypothèse qui permet de simuler les réflectances bi-directionnelles avec une précision satisfaisante.

Ce modèle a permis de montrer que ne pas prendre en compte la topographie entraîne une erreur relative très importante sur les facteurs de réflectance bi-directionnelle (BRF). De plus, les erreurs sur les BRF et les termes de covariance qui lient ces erreurs dépendent directement de l'échantillonnage directionnel. Ainsi, les angles de visée proches de la verticale peuvent se révéler moins entachés d'erreurs que d'autres configurations.

Dans les cas que nous avons traités, une configuration d'observation qui était très satisfaisante en l'absence de considération d'erreur s'est révélée être particulièrement sensible à la représentation de la topographie. Il est donc particulièrement important de représenter correctement le relief.

Un modèle bien adapté à la simulation diffère d'un modèle bien adapté à l'inversion essentiellement par la représentation du milieu. En effet, alors que l'on peut exiger d'un modèle de simulation de représenter le plus précisément possible chaque caractéristique du milieu, on demande au modèle utilisé pour l'inversion de permettre l'estimation la plus précise possible de paramètres décrivant statistiquement le milieu. Par conséquent, la représentation paramétrique du milieu en mode inverse diffère de celle du mode direct : le mode inverse doit comporter moins de paramètres, voire des paramètres différents du mode direct.

Choix d'un
modèle
pour
l'inversion

Le nombre de paramètres utilisés pour décrire le milieu ne peut pas être trop important, car les mesures échantillonnées présentent de nombreuses corrélations entre elles. Par conséquent, si l'on introduit un paramètre fortement corrélé à d'autres, et si son estimation est peu précise, son introduction a pour effet de réduire la précision des autres paramètres.

De plus, du point de vue numérique, l'introduction d'un plus grand nombre de paramètres conduit à un plus mauvais conditionnement des matrices utilisées dans la formulation du problème inverse. Un système d'équations qui comporte un plus grand nombre de variables est résolu avec une précision moindre, et est plus sensible aux petites incertitudes du jeu de données.

Un modèle bien adapté au problème inverse doit donc satisfaire un "équilibre" entre un modèle suffisamment complet et la précision de la restitution. Ceci peut complètement modifier la stratégie de traitement des données. Par exemple, doit-on introduire l'atmosphère dans le modèle de transfert radiatif et donc introduire des paramètres pour la décrire, ou faut-il corriger les mesures des effets atmosphériques puis estimer l'erreur résultant de cette correction ? Le formalisme que nous avons étudié doit permettre de trancher cette question suivant les choix de paramètres et de méthodes de corrections employées.

Si l'on est contraint d'ajouter des paramètres dont la détermination est incertaine (i.e. peu précise ou vers laquelle il est difficile de converger), il est nécessaire de pouvoir fournir une estimation *a priori* suffisamment précise de ce paramètre.

Un des prochains objectifs à atteindre est donc la détermination de modèles

bien adaptés à chaque type de problème inverse. On doit veiller à ce que les paramètres introduits puissent être restitués avec la meilleure précision possible.

Perspectives

Extension
de l'étude

Le modèle de transfert radiatif que nous avons employé ne permet pas d'étudier facilement la dépendance de la sensibilité des mesures aux paramètres de végétation en fonction de la longueur d'onde. Cependant, l'emploi d'un modèle spectral des propriétés optiques des feuilles doit permettre de réaliser une telle étude.

L'évaluation
des
paramètres :
une étape
nécessaire

Nous tenons à souligner la différence qui existe entre la convergence de l'algorithme de résolution vers une solution acceptable (étape d'estimation) et la précision des paramètres estimés (étape d'évaluation). Le problème de convergence tient essentiellement aux informations fournies et à leur traitement. Ainsi, l'ajout d'informations améliore notablement les performances de la résolution. De même, certains algorithmes sont connus pour donner plus facilement une estimation de la solution (réseaux de neurones, tables de recherche). Le problème de l'évaluation, bien que lié à celui de l'estimation, est différent car il ne dépend pas de l'algorithme de résolution, mais de la représentation paramétrée du milieu et de la précision des informations (mesures et informations *a priori*). Par conséquent, si l'on désire comparer plusieurs modèles afin de déterminer lequel est le mieux adapté à l'inversion d'un jeu de données, on doit aller jusqu'à l'étape d'évaluation et ne pas se contenter de l'estimation.

Nous recommandons donc que les études futures procèdent à l'évaluation des paramètres restitués, quelle que soit la méthode d'inversion.

Détermina-
tion des
erreurs

Dans la plupart des travaux portant sur l'inversion de données de télédétection, on ne prend en compte que les erreurs instrumentales. Cependant, afin de pouvoir apprécier au mieux l'incertitude des paramètres restitués, il est nécessaire de tenir compte aussi des erreurs du modèle (inadéquation mesures/modèle), et principalement des corrections atmosphériques, de la topographie et de l'hétérogénéité à l'échelle sub-pixel.

De surcroît, les termes d'erreur sont très souvent supposés constants et indépendants de la mesure, *i.e.* indépendants de la direction de visée et de la longueur d'onde. Or, eu égard au caractère géométrique du transfert radiatif, les réflectances bi-directionnelles et donc les erreurs correspondantes sont corrélées. Par conséquent, les erreurs doivent être considérées dans leur intégralité, *i.e.* sous la forme de matrices de covariance.

Il nous semble donc particulièrement important que des études soient menées de manière à déterminer très précisément les erreurs de mesures ainsi que les erreurs d'adéquation mesures/modèle. L'idéal serait de pouvoir disposer d'une base de données contenant la liste exhaustive des erreurs propres à chaque modèle de transfert radiatif.

Nous avons abordé le problème de la recherche d'un échantillonnage optimal des mesures. L'analyse des profils de sensibilité des BRF aux paramètres de la végétation permet de mettre en évidence les directions et longueurs d'ondes pour lesquelles les BRF sont plus sensibles aux paramètres. Cependant, une sélection de ces directions d'échantillonnage ne garantit pas la meilleure précision. En effet, suivant le choix d'échantillonnage, il existe des relations entre ces sensibilités qui limitent la précision des paramètres restitués (propagation d'erreurs).

La recherche d'un échantillonnage optimal nécessite de vérifier que le jeu de mesures choisi permet d'estimer les paramètres avec la meilleure précision. Si le formalisme présenté offre effectivement le moyen de choisir la meilleure configuration entre plusieurs, il ne permet pas de sélectionner une à une chacune des mesures de l'échantillonnage. La recherche de la configuration optimale d'un satellite (ou d'un jeu de données) nécessite donc un cadre théorique complet, dont le critère de contrôle sera probablement l'estimation de la précision des paramètres. Il ne fait pas de doute que l'échantillonnage spectral, directionnel, temporel optimal dépend du problème posé (milieu observé, taille des pixels, erreurs de mesure, caractéristiques du modèle, ...).

La détermination d'un formalisme permettant l'échantillonnage optimal des données en vue de l'inversion de données de télédétection représente une prochaine étape de recherche.

Recherche
d'un échan-
tillonnage
optimal des
données

Annexe A

Inférence statistique bayésienne

L'inférence statistique bayésienne repose sur l'expression de la règle de Bayes (1702–1761), qui découle elle-même de la règle du produit (Demoment and Idier, 1999).

Considérons deux événements, A et B . La loi du produit relie les probabilités conditionnelles de A et B :

$$\text{Prob}(A|B) = \text{Prob}(A) \frac{\text{Prob}(B|A)}{\text{Prob}(B)} \quad (\text{A.1})$$

où $\text{Prob}(A|B)$ est la probabilité de A si B a lieu, $\text{Prob}(A)$ et $\text{Prob}(B)$ étant les probabilités inconditionnelles. Dans son acception bayésienne, $\text{Prob}(A|B)$ est une mesure du degré de plausibilité de A (pour B donné) sur une échelle de 0 à 1. Cette interprétation ne suppose pas que A et B sont nécessairement des événements réitérables (comme pour la statistique fréquentielle), mais peuvent être des hypothèses ou des propositions. Les équations de la théorie de la probabilité sont alors organisées en un ensemble cohérent de règles pour diriger l'inférence. Puisque la plausibilité d'un événement est conditionnée par un ensemble d'hypothèses, toutes les probabilités bayésiennes sont considérées conditionnées par un ensemble d'informations de fond I .

Soit H une hypothèse. Avant toute collecte de données, on peut assigner à H un degré de plausibilité $\text{Prob}(H|I)$, en raison de nos connaissances I , appelé *a priori* bayésien. Si par la suite un jeu de données D_1 est collecté, le théorème de Bayes (éq. A.1) permet de redéterminer la plausibilité de H :

$$\text{Prob}(H|D_1I) = \text{Prob}(H|I) \frac{\text{Prob}(D_1|HI)}{\text{Prob}(D_1|I)} \quad (\text{A.2})$$

Le terme $\text{Prob}(D_1|HI)$ est calculé comme étant la probabilité du jeu D_1 pour une hypothèse H donnée. Le terme $\text{Prob}(D_1|I)$ représente la probabilité prédictive *a priori* des données, et peut être assimilé à un terme de normalisation si l'on impose que la somme des hypothèses doit être 1. Dans d'autres contextes, notamment pour la deuxième inférence bayésienne (MacKay, 1992b), cette probabilité peut être utilisée pour évaluer la plausibilité de deux modèles qualitativement différents. Si un nouveau jeu de données D_2 est collecté, l'estimation de la vraisemblance de H peut être raffinée :

$$\text{Prob}(H|D_2D_1I) = \text{Prob}(H|D_1I) \frac{\text{Prob}(D_2|HD_1I)}{\text{Prob}(D_2|D_1I)} \quad (\text{A.3})$$

et en utilisant la règle du produit pour les probabilités $\text{Prob}(AB|C) = \text{Prob}(A|C) \cdot \text{Prob}(B|AC)$, on a :

$$\text{Prob}(H|D_2D_1I) = \text{Prob}(H|I) \frac{\text{Prob}(D_2D_1|HI)}{\text{Prob}(D_2D_1|I)} \quad (\text{A.4})$$

qui montre que le résultat aurait été le même si les données D_1 et D_2 avaient été collectées simultanément.

Annexe B

Résolution de l'équation du transfert radiatif

Cette annexe présente les détails de calcul de la solution de l'équation du transfert radiatif 1.2. Cette solution peut-être décomposée en trois termes (Marshak, 1989; laquinta, 1995) : intensités non diffusées par le couvert (I^0), intensités diffusées une seule fois par le couvert (I^1) ou simple diffusion et intensités diffusées plus d'une fois par le couvert (I^M) ou diffusion multiple. Les termes I^0 et I^1 sont calculés analytiquement, chacun pour les intensités diffusées vers le bas et vers le haut du milieu. Les notations correspondent à celles du chapitre 1.

B.1 Géométrie du problème

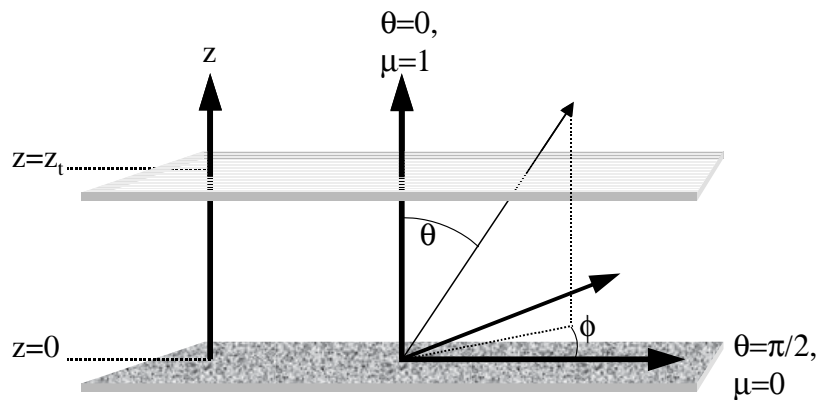


FIG. B.1 – Système de coordonnées géométrique du modèle de transfert radiatif unidimensionnel à deux angles.

L'intensité de la source monodirectionnelle est $\pi\delta(\underline{\Omega} - \underline{\Omega}_0)$ où δ désigne la fonction de Dirac. L'équation 1.2 est résolue avec une coordonnée verticale correspondant au LAI L dans le cas d'un milieu horizontal (chapitre 1), et par rapport à la coordonnée z perpendiculaire au sol dans le cas d'un milieu pentu. (chapitre 4). Dans cette annexe, nous posons $L = \int u.dz$, avec u constant dans tout le milieu.

B.2 Intensités I^0 non diffusées par le couvert

Il s'agit d'intensités atténuées, et diffusées à la limite inférieure. Les intensités descendante ($\mu < 0$) :

$$\begin{cases} \frac{\mu}{u} \frac{\partial I_{\downarrow}^0}{\partial z} + G(\underline{\Omega}) I_{\downarrow}^0 = 0 & \mu < 0 \\ I_{\downarrow}^0(z_t, \underline{\Omega}) = \pi \delta(\underline{\Omega} - \underline{\Omega}_0) \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

d'où :

$$I_{\downarrow}^0(z, \underline{\Omega}) = \pi \delta(\underline{\Omega} - \underline{\Omega}_0) e^{-\frac{g(\underline{\Omega})u}{|\mu|}(z_t - z)}, \quad \mu < 0 \quad (\text{B.2})$$

Les intensités montantes ($\mu > 0$) :

$$\begin{cases} \frac{\mu}{u} \frac{\partial I_{\uparrow}^0}{\partial z} + G(\underline{\Omega}) \tilde{h}(\underline{\Omega}_0, \underline{\Omega}, z) = 0 & \mu > 0, \mu' < 0 \\ I_{\uparrow}^0(0, \underline{\Omega}) = \frac{R_s}{\pi} \int_{2\pi^-} |\mu'| I_{\downarrow}^0(0, \underline{\Omega}') d\underline{\Omega}' \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

La fonction $\tilde{h}(\underline{\Omega}_0, \underline{\Omega}, z)$ et sa primitive V_c/V_2 sont définies par Verstraete *et al.* (1990) et représentent la contribution du hot spot. On a :

$$\begin{aligned} I_{\uparrow}^0(z, \underline{\Omega}) &= I_{\uparrow}^0(0, \underline{\Omega}) e^{-\frac{G(\underline{\Omega})u}{|\mu|} \int_{z'=0}^z \tilde{h}(\underline{\Omega}_0, \underline{\Omega}, z') dz'}, \quad \mu > 0 \\ &= I_{\uparrow}^0(0, \underline{\Omega}) e^{-\frac{G(\underline{\Omega})u}{|\mu|} \left(\frac{V_c(\underline{\Omega}_0, \underline{\Omega}, z)}{V_2(\underline{\Omega}_0, \underline{\Omega}, z)} z \right)} \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

d'où :

$$I_{\uparrow}^0(z, \underline{\Omega}) = R_s |\mu^0| e^{-\frac{G(\underline{\Omega}_0)u}{|\mu^0|} z_t - \frac{G(\underline{\Omega})u}{|\mu|} \left(\frac{V_c(\underline{\Omega}_0, \underline{\Omega}, z)}{V_2(\underline{\Omega}_0, \underline{\Omega}, z)} z \right)} \quad (\text{B.5})$$

B.3 Intensités I^1 de la diffusion simple

Ce sont les intensités diffusées une seule fois par les feuilles. Les intensités descendantes ($\mu < 0$) :

$$\begin{cases} \frac{\mu}{u} \frac{\partial I_{\downarrow}^1}{\partial z} + G(\underline{\Omega}) I_{\downarrow}^1 = \int_{2\pi^+} \sigma_s(\underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) I_{\downarrow}^0 d\underline{\Omega}', & \mu < 0 \\ I_{\downarrow}^1(z_t, \underline{\Omega}) = 0 \end{cases} \quad (\text{B.6})$$

avec :

$$\begin{aligned} I^1(z, \underline{\Omega}) &= -\frac{\pi u \sigma_s(\underline{\Omega}_0 \rightarrow \underline{\Omega})}{|\mu|} \int_{z'=z_t}^z e^{-\frac{G(\underline{\Omega}_0)u}{|\mu|}(z_t - z)} e^{-\frac{G(\underline{\Omega})u}{|\mu|}(z' - z)} dz' \\ &= -\frac{\pi u \sigma_s(\underline{\Omega}_0 \rightarrow \underline{\Omega})}{|\mu|} \int_{z'=z_t}^z e^{\left(\frac{G(\underline{\Omega}_0)}{|\mu_0|} - \frac{G(\underline{\Omega})}{|\mu|} \right) uz - \frac{G(\underline{\Omega}_0)u}{|\mu|} z_t + \frac{G(\underline{\Omega})u}{|\mu|} z} dz \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

d'où :

$$I_{\downarrow}^1(z, \underline{\Omega}) = \begin{cases} \frac{\pi|\mu_0|\sigma_s(\underline{\Omega}_0 \rightarrow \underline{\Omega})}{-G(\underline{\Omega}_0)|\mu| + G(\underline{\Omega})|\mu_0|} \left(e^{-\frac{G(\underline{\Omega}_0)u}{|\mu_0|}(z_t-z)} - e^{-\frac{G(\underline{\Omega})u}{|\mu|}(z_t-z)} \right) & \text{pour } \underline{\Omega} \neq \underline{\Omega}_0 \\ \frac{\pi u(z_t - z)\sigma_s(\underline{\Omega}_0 \rightarrow \underline{\Omega})}{|\mu_0|} e^{-\frac{G(\underline{\Omega}_0)u}{|\mu_0|}(z_t-z)} & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{B.8})$$

Intensités montantes $\mu > 0$:

$$\begin{cases} \frac{\mu}{u} \frac{\partial I_{\uparrow}^1}{\partial z} + G(\underline{\Omega})\tilde{h}(\underline{\Omega}_0, \underline{\Omega}_0, z) I_{\uparrow}^1 = \int_{2\pi^-} \sigma_s(\underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) I_{\downarrow}^1(z, \underline{\Omega}') d\underline{\Omega}', & \mu > 0 \\ I_{\uparrow}^1(0, \underline{\Omega}) = 0 \end{cases} \quad (\text{B.9})$$

d'où :

$$I_{\uparrow}^1(z, \underline{\Omega}) = -\frac{\pi u \sigma_s(\underline{\Omega}_0 \rightarrow \underline{\Omega})}{|\mu|} \int_{z'=z}^0 e^{-\frac{G(\underline{\Omega}_0)u}{|\mu_0|}(z_t-z')} e^{-\frac{G(\underline{\Omega})u}{|\mu|} \int_{z''=0}^{z-z'} \tilde{h}(\underline{\Omega}_0, \underline{\Omega}, z'')} dz' \quad (\text{B.10})$$

soit :

$$I_{\uparrow}^1(z, \underline{\Omega}) = \frac{\pi u \sigma_s(\underline{\Omega}_0 \rightarrow \underline{\Omega})}{|\mu|} \int_{z'=0}^z e^{-\frac{G(\underline{\Omega}_0)u}{|\mu_0|}(z_t-z')} e^{-\frac{G(\underline{\Omega})u}{|\mu|} \left[\frac{V_c(\underline{\Omega}_0, \underline{\Omega}, z-z')}{V_2(\underline{\Omega}_0, \underline{\Omega}, z-z')} (z_n - z') \right]} dz' \quad (\text{B.11})$$

B.4 Intensités I^M de la diffusion multiple

$$\begin{cases} \frac{\mu}{u} \frac{\partial I^M}{\partial z} + G(\underline{\Omega}) I^M = Q_0 + Q_1 + S \\ I^M(z, \underline{\Omega}) = 0 \\ I^M(0, \underline{\Omega}) = \frac{R_s}{\pi} \int_{2\pi^-} (I^1(z, \underline{\Omega}') + I^M(z, \underline{\Omega}')) |\mu'| d\underline{\Omega}', & \mu' < 0 \end{cases} \quad (\text{B.12})$$

Les termes sources Q_0 , Q_1 et S :

$$\begin{cases} Q_0(z, \underline{\Omega}) = \int_{2\pi^+} \sigma_s(\underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) I^0(z, \underline{\Omega}') d\underline{\Omega}', & \mu' < 0 \\ Q_1(z, \underline{\Omega}) = \int_{4\pi} \sigma_s(\underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) I^1(z, \underline{\Omega}') d\underline{\Omega}' \\ S(z, \underline{\Omega}) = \int_{4\pi} \sigma_s(\underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) I^M(z, \underline{\Omega}') d\underline{\Omega}' \end{cases} \quad (\text{B.13})$$

Cette contribution ne peut pas être déterminée de manière analytique. Elle est calculée à l'aide de la méthode aux ordonnées discrètes (DOM, *Discrete*

Ordinate Method) décrite par Myneni et al (1988). On remarquera que le *hot spot* n'est pas pris en compte dans la détermination de la diffusion multiple. Il en résulte que la solution totale $I = I^0 + I^1 + I^M$ respecte d'autant moins la conservation que la contribution du *hot spot* est importante.

B.5 Précision des calculs

La précision numérique de la solution de l'équation du transfert radiatif (éq 4.4) dépend essentiellement du calcul de la diffusion multiple I^M puisque les termes I^0 et I^1 sont calculés analytiquement. La précision du terme I^M dépend essentiellement du calcul de la fonction de diffusion $\Gamma(\underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega})$, car celui-ci conditionne la précision du terme source nécessaire au calcul du rayonnement de diffusion multiple (section B.4).

La précision de ces calculs est conditionnée par le nombre de couches n_c utilisées pour discrétiser l'équation sur l'axe vertical, et le nombre de directions utilisées pour calculer les intégrales sur un hémisphère (éq. B.13).

Dans le cas d'un milieu horizontal, la fonction de diffusion est indépendante de l'azimuth, et le nombre de directions nécessaires pour calculer les différentes intégrales est assez petit (Myneni et al., 1988b, 8 directions). Différents tests de précision ont été effectués pour le cas d'un milieu en pente, pour lequel aucune symétrie n'existe. Nous avons choisi $n_c = 200$ et 20 directions pour les intégrales sur θ et ϕ , tous les calculs sont réalisés en double précision. Cette discrétisation permet de calculer I^M pour une pente de 20° et un LAI $L = 10$. Dans le cas où l'épaisseur est moins importante, on peut se contenter de $n_c = 100$.

La méthode d'intégration choisie est celle utilisant des poids et abscisses de Gauss-Legendre (Press et al., 1992). Afin d'évaluer le bruit numérique dû aux différentes approximations, on compare les BRDF calculées à l'aide des modèles VVM et PGVM (chap. 4), dans le cas d'un couvert d'orientation uniforme, pour une pente donnée. Avec de telles conditions, en l'absence de *hot spot*, la différence entre les deux modèles devrait être nulle, toute valeur non nulle provenant donc des erreurs d'arrondis. Les figures B.5.a et B.5.b donnent une idée des erreurs de calcul. Les différents arrondis conduisent finalement à une erreur inférieure à 0.4%.

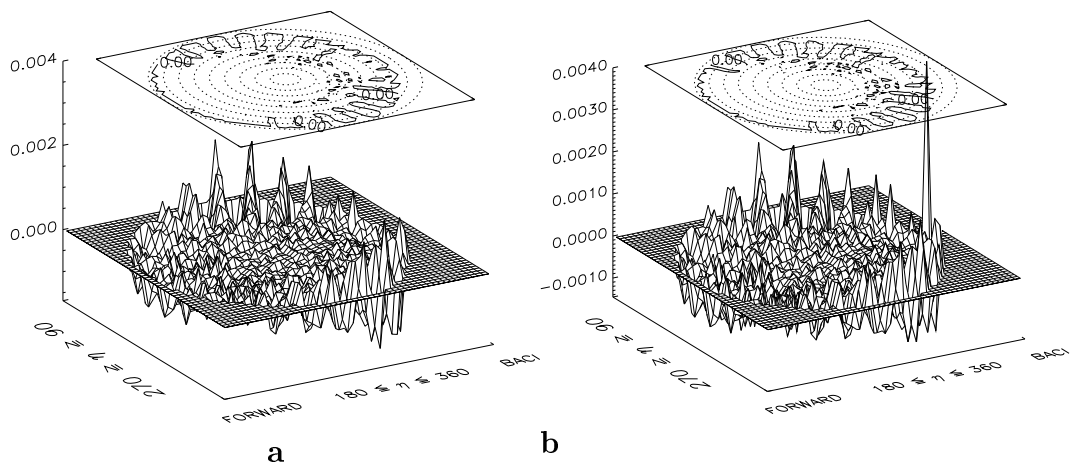


FIG. B.2 – Évaluation de la précision du calcul des BRF. La précision est évaluée en comparant les BRF des modèles VVM et PGVM pour une pente de 20° dans la direction opposée au soleil, et un couvert dont l'orientation des feuilles est uniforme. L'écart relatif entre les BRF simulées avec VVM et PGVM devrait être nul. Le bruit subsistant provient des arrondis. Comparaisons effectuées pour un LAI $L = 1$ (**a**) et LAI $L = 10$ (**b**).

Annexe C

Méthode heuristique de sélection des entrées les plus sensibles

Le problème de la détermination de l'échantillonnage spectral ou directionnel optimal peut être vu comme la sélection "d'entrées" (*i.e.* la sélection de directions ou de longueurs d'ondes d'observation) les plus significatives parmi celles disponibles. Dans le domaine de la reconnaissance automatique de forme, différentes approches ont été mises en œuvre pour déterminer les éléments constitutifs d'un objet qui rendent ce dernier reconnaissable. Plus précisément, le problème peut être ramené à rechercher dans une liste de propriétés (les "entrées") caractérisant un objet, lesquelles de ces propriétés permettent de le distinguer d'un autre. Une méthode heuristique de sélection des "entrées" a été choisie et adaptée au problème de la détermination d'un échantillonnage optimal. Dans le cas qui nous intéresse, les entrées intéressantes sont les directions de visée du satellite. Nous cherchons à déterminer parmi ces directions, lesquelles doivent être considérées pour distinguer une scène d'une autre. Dans la suite, nous présentons l'approche développée par Adachi *et al.* (1991).

Cette méthode heuristique permet de calculer, pour chaque entrée, une quantité statistique Q correspondant à la pertinence de l'entrée considérée (*i.e.* à sa capacité à résoudre le problème). Soit N_T le nombre de classes et n_f le nombre d'entrées considérées (correspond à la dimension des vecteurs obtenus par simulation). On suppose que n entrées f_i, \dots, f_{i_n} ont déjà été sélectionnées. On cherche le meilleur $f_{i_{n+1}}$. Chaque classe $t_r (1 \leq r \leq N_T)$ est déjà représentée par un ensemble de vecteurs de dimension n . On calcule la qualité des différents candidats f_i par $Q_n(f_i)$ à l'aide de l'algorithme suivant :

1. calcul du centre (à n dimensions) de chaque classe t_r comme étant la moyenne des vecteurs à n dimensions appartenant à cette classe.
2. définition de la distance euclidienne $d_n(t_r, t_s)$ entre les centres des classes t_r et t_s dans un espace à n dimensions.
3. calcul de la distance conditionnelle $d_{n+1}(t_r, t_s)|f_i$ qui est la distance euclidienne, dans l'espace des entrées à $n + 1$ dimensions, formée par les entrées courantes de dimension n et l'entrée f_i . Cette grandeur permet de comparer entre eux les vecteurs formés du vecteur à n dimensions plus

chacune des entrées candidates à la sélection :

$$d_{n+1}(t_r, t_s)|f_i = \sqrt{(d_n(t_r, t_s))^2 + (\bar{f}_i(t_r) - \bar{f}_i(t_s))^2} \quad (\text{C.1})$$

avec $\bar{f}_i(t_r)$ et $\bar{f}_i(t_s)$ les moyennes des f_i sur l'ensemble des exemples de la base d'apprentissage de la classe t_r et t_s .

4. la quantité C.1 permet de calculer la distance différentielle $\Delta_n(t_r, t_s)|f_i$:

$$\Delta_n(t_r, t_s)|f_i = d_{n+1}(t_r, t_s)|f_i - d_n(t_r, t_s) \quad (\text{C.2})$$

Cette équation exprime l'efficacité de l'entrée f_i entre les 2 classes t_r et t_s : plus $\Delta(t_r, t_s)|f_i$ est grand plus l'entrée est significative. Donc, pour calculer l'efficacité de f_i pour un ensemble de paires de classes, il suffit de sommer toutes les distances différentielles :

$$Q_n^{\Delta_1}(f_i) = \sum_{1 \leq r < s \leq N_T} \Delta_n(t_r, t_s) \quad (\text{C.3})$$

5. la mesure de distance C.3 entre les classes ne tient pas compte de la variance de chaque groupe. Si les représentants de la classe t_r pour l'entrée f_i ont une grande variance $\sigma_{t_r}^2(f_i)$, alors cette entrée ne sera pas utilisée pour distinguer la classe t_r . On remplace donc $Q_n^{\Delta_1}$ par $Q_n^{\Delta_2}$:

$$Q_n^{\Delta_2}(f_i) = \sum_{1 \leq r < s \leq N_T} \frac{\Delta_n(t_r, t_s)|f_i}{(d_n(t_r, t_s) + k_1)(\sigma_{t_r}(f_i) + \sigma_{t_s}(f_i) + k_2)} \quad (\text{C.4})$$

Le terme d_n accentue l'influence des paires de classes qui sont proches, tandis que le terme σ augmente le poids des classes pour lesquelles f_i a une grande variance. Les constantes k_1 et k_2 servent à nuancer l'importance de ces facteurs : ils évitent notamment au dénominateur d'être arbitrairement petit. En pratique, on prendra toujours $0 < k_1 \leq 1$ et $0 \leq k_2 \leq 1$. Il est important de prendre $k_1 \neq 0$ car à la première itération, la distance euclidienne inter-classe est nulle (aucune entrée n'a été sélectionnée). Les constantes k_1 et k_2 devront être ajustées par l'expérimentation.

6. la quantité $Q_n^{\Delta_1}$ n'est pas suffisante : il faut aussi distinguer les classes difficiles à séparer des autres. On ajoute la quantité de Mucciardi (Mucciardi and Gose, 1971), qui représente la somme des coefficients de corrélation, qui permet d'écarter les composantes "équivalentes" à celles déjà sélectionnées.

$$\sigma_{in}^2(f_i) = \frac{1}{N_T} \sum_{r=1}^{N_T} \sigma_{t_r}(f_i) \quad (\text{C.5})$$

$$\sigma_{out}^2 = \text{Var} f_i \quad (\text{C.6})$$

La variance inter-groupe est en fait la variance de la composante f_i , calculée sur tous les exemples sans distinction de la classe. Le rapport σ_{in}/σ_{out} indique la quantité de bruit présent dans une sélection. Le rapport $\sigma_{in}(f_i)/\sigma_{out}(f_i)$ est grand lorsque :

- $\sigma_{out}(f_i)$ est très petit ; la composante f_i ne permet pas distinguer la classe de ses éléments.
- et que $\sigma_{in}(f_i)$ est grand ; pour chacune des classes, les éléments sont dispersés par rapport à la moyenne de leur groupe.

Et inversement, il est petit lorsque :

- $\sigma_{in}(f_i)$ est petit ; la variance de chacune des classes est faible.
- et que σ_{out} est très grand ; dans ce cas f_i permet de distinguer les classes. Les éléments sont alors dispersés autour du barycentre des classes.

7. heuristique de Mucciardi :

$$M_k(r(f_i)) = \left(\sum_{m=1}^n r^k(f_i, f_m) \right)^{\frac{1}{k}} \quad (\text{C.7})$$

avec $r(f_i, f_j)$ le coefficient de corrélation entre f_i et f_j mesuré sur l'ensemble des exemples de la base d'apprentissage. La quantité M_k est une mesure de la corrélation entre le nœud courant et les n entrées déjà sélectionnées. Deux entrées sont d'autant plus corrélées que les variations des réflectances ont lieu en même temps. La quantité statistique finale devient :

$$Q_n(f_i) = \frac{\alpha_1}{N_T^2} Q_n^{\Delta_2}(f_i) - \alpha_2 \frac{\sigma_{in}(f_i)}{\sigma_{out}(f_i)} - \alpha_3 M_1(r(f_i)) - \alpha_4 M_2(r(f_i)) - \alpha_5 M_4(r(f_i)) \quad (\text{C.8})$$

avec des paramètres pondérés $\alpha_1, \dots, \alpha_5$ déterminés par l'expérimentation sur des ensembles de données.

Cet algorithme doit être répété jusqu'à ce qu'un nombre suffisant de paramètres ait été sélectionné : Q doit être recalculée à chaque pas car elle dépend des entrées déjà sélectionnées.

Bibliographie

- Adachi T., Furuya R., Greene S., and Mikuriya K., 1991, *Feature selection for neural network recognition, IJCNN-91, Singapore*, pp pp. 696–700
- American Society of Photogrammetry, 1983, *Manual of remote sensing. Second Edition*
- Anderson M. C., 1966, *Stand structure and light penetration. II A theoretical analysis, J. Appl. Ecol.*, **3(1)**, 41–54
- Antyufeev V. S. and Marshak A. L., 1990, *Inversion of Monte Carlo model for estimating vegetation canopy parameters, Remote Sens. Environ.*, **33**, 201–209
- Asner G. P., 1998, *Biophysical and biochemical sources of variability in canopy reflectance, Remote Sens. Environ.*, **64**, 234–253
- Baret F., Guyon D., and Gu X.-F., 1995, Propriétés optiques des sols et des feuilles. *Actes de l'École-Chercheurs INRA en Bioclimatologie. Tome 1: De la plante au couvert végétal, Le Croizic*, pp. 285-294, 3–7 avril 1995
- Barnes W., Pagano T., and Salomonson V., 1998, *Prelaunch characteristics of the moderate resolution imaging spectroradiometer (MODIS) on EOS-AM1, IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, **32(4)**, 1088–1100
- Bertero M., de Mol C., and Viano G., 1980, *The stability of inverse problems., in Topics in Current Physics. Inverse Scattering Problems in Optics. Springer-Verlag. Baltes, H.P. edition*, 161-214
- Bicheron P. and Leroy M., 1999, *A method of biophysical parameter retrieval at global scale by inversion of a vegetation reflectance model, Remote Sens. Environ.*, **67**, 251–266
- Boissard P. and Sohbi Y., 1995, Structure géométrique tri-dimensionnelle des couverts végétaux. *Actes de l'École-Chercheurs INRA en Bioclimatologie. Tome 1: De la plante au couvert végétal, Le Croizic*, pp. 311-332, 3–7 avril 1995.
- Bruniquel-Pinel V. and Gastellu-Etchegorry J., 1998, *Sensitivity of texture of high resolution images of forest to biophysical and acquisition parameters, Remote Sens. Environ.*, **65**, 61–85
- Bunnik N. J. J., 1978, *The multispectral reflectance of shortwave radiation by agricultural crops in relation with their morphological and optical properties*, Pudox Publ. Wageningen, The Netherlands
- Campbell G. and Norman J., 1989, *The description and measurement of plant canopy structure*, pp 1–19, G. Russel, B. Marshall and P.G. Jarvis. Cambridge University Press
- Chandrasekhar S., 1960, *Radiative transfer*, Dover Publications, inc., New

York

- Combal B., Isaka H., and Trotter C., 1999, *Extending a turbid medium BRDF model to allow sloping terrain and vertical plant stand*, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, accepted for publication
- Conese C., Gilabert M. A., Maselli F., and Bottai L., 1993, *Topographic normalization of TM scenes through the use of an atmospheric correction method and digital terrain models*, *Photo. Eng. and Remote Sens.*, **59(12)**, 1745–1753
- Deering D. W., Middleton E. M., and Eck T. F., 1994, *Reflectance Anisotropy for a Spruce-Hemlock Forest Canopy*, *Remote Sens. Environ.*, **47**, 242–260
- Demoment G., 1989, *Image reconstruction and restoration: overview of common estimation structures and problems*, *IEEE Trans. Acoustics Speech and Signal Processing*, **37(12)**, 2024–2036
- Demoment G. and Idier J., 1999, *Approche bayésienne pour la résolution des problèmes inverses en imagerie*, 4^{ème} école d’astrophysique d’Oléron, 21-25 juin 1999. À paraître dans l’ouvrage collectif “Problèmes inverses”, collection ARAGO (n°21), publié par l’observatoire français des techniques avancées
- Deschamps P.-Y., Brèon F.-M., Leroy M., Podaire A., Bricaud A., Buriez J.-C., and Sèze G., 1994, *The POLDER mission: instrument characteristics and scientific objectives*, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, **32(3)**, 598–615
- Diner D., Beckert J., Reilly T., Bruegge C., Conel J., Kahn R., Martonchick J., Ackerman T., Davies R., Gerstl S., Gordon H., Muller J.-P., Myneni R., Sellers P., Pinty B., and Verstraete M., 1998, *Multi-angle Imaging SpectroRadiometer (MISR) Instrument Description and Experiment Overview*, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, **36(4)**, 1072–1085
- Dubovik O. V., Lapyonok T. V., and Oshchepkov S. L., 1995, *Improved technique for Data Inversion: Optical Sizing of Multicomponent Aerosols*, *Applied Optics*, **34(36)**, 8422–8436
- Engelsen O., Pinty B., Verstraete M., and Martonchik J., 1996, *Parameteric bidirectional reflectance factor models: evaluation, improvements and applications*, Report of the Joint Research Center, SAI, TEAM/MTV
- Esposito L. W., 1979, *Extensions to the classical calculation of the effect of mutual shadowing in diffuse reflection*, *Icarus*, **39**, 69–80
- Estève P., 1998, *Inversion du Modèle de Transfert Radiatif DART*, *Ph.D. thesis*, Université Paul Sabatier, Toulouse III, France
- Garabedian P., 1964, *Partial differential equations*, John Wiley and Sons, Inc.
- Gastellu-Etchegorry J., Demarez V., Pinel V., and Zagolski F., 1996, *Modeling radiative transfer in heterogeneous 3-D vegetation canopies*, *Remote Sens. Environ.*, **58**, 131–156
- Gerard F. F. and North P. R. J., 1997, *Analysing the effect of structural variability and Canopy gaps on forest BRDF using a geometric-optical model*, *Remote Sens. Environ.*, **62**, 46–62
- Gobron N., 1997, *Caractérisation des surfaces terrestres par télédétection spatiale à partir de méthodes physiques Avancées*, *Ph.D. thesis*, Université Blaise Pascal, Clermont–Ferrand, France
- Goel N. and Strebel D., 1984, *Simple beta distribution of leaf orientation in vegetation canopies*, *Agronomy Journal*, **76**, 800–801

- Goel N. and Thompson R., 1985, *Optimal solar/viewing geometry for an accurate estimation of leaf area index and leaf angle distribution from bidirectional canopy reflectance data*, *Int. J. Remote Sens.*, **6(9)**, 1493–1520
- Govaerts Y. and Verstraete M., 1998, *Raytran: a Monte Carlo ray-tracing model to compute light scattering in three-dimensional heterogeneous media*, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, **36(2)**, 493–505
- Gu D. and Gillepsie A., 1998, *Topographic normalisation of Landsat TM images of forest based on subpixel sun-canopy-sensor geometry*, *Remote Sens. Environ.*, **64**, 166–175
- Hall-Könyves K., 1987, *The topographic effect on LANDSAT data in gently undulating terrain in southern sweden*, *Int. J. Remote Sensing*, **8(2)**, 157–168
- Hapke B., DiMucci D., Nelson R., and Smythe W., 1996, *The cause of the hot spot in vegetation canopies and soils: shadow-hiding versus coherent backscatter*, *Remote Sens. Environ.*, **58**, 63–68
- Harper J., 1989, *Canopies as populations*, Chapt. 6, pp 105–128, G. Russel, B. Marshall and P.G. Jarvis. Cambridge University Press
- Holben B. N. and Justice C. O., 1980, *The topographic effect on spectral response from nadir-pointing sensors*, *Photo. Eng. and Remote Sens.*, **46(9)**, 1191–1200
- Howard J., 1984, *Remote sensing of forest resources. Theory and application.*, Remote Sensing Applications, Chapman & Hall, 2–6 Boundary Row, London SE1 8HN, first edition
- Hu B., Lucht W., and Strahler A., 1999, *The interrelationship of atmospheric correction of reflectance and surface BRDF retrieval: a sensitivity study*, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, **37(2)**, 724–738
- Iaquinta J., 1995, *Champs de rayonnement émergeant des surfaces terrestres : modélisation et inversion dans le cas de milieux optiquement finis et couplés avec une couche atmosphérique*, *Ph.D. thesis*, Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand, France
- Iaquinta J. and Personne P., 1992, in *5th ICE Eucrex Workshop*, pp 143–152, Clermont-Ferrand, France
- Iaquinta J. and Pinty B., 1994, in *Proceedings of the Sixth International Symposium "Physical Measurements and Signatures in Remote Sensing"*, pp 683–690, Val d'Isère, France
- Itten K. I. and Meyer P., 1993, *Geometric and radiometric correction of TM data of mountainous forested areas*, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, **31(4)**, 764–770
- Jones H., 1992, *Plants and microclimate. A quantitative approach to environmental plant physiology*, Cambridge University Press, Cambridge University Press, second edition
- Justice C. O., Wharton S. W., and Holben B. N., 1981, *Application of digital terrain data to quantify and reduce the topographic effect on landsat data*, *Int. J. Remote Sensing*, **2(3)**, 213–230
- Kimes D., Nelson R., Manry M., and Fung A., 1998, *Attributes of neural networks for extracting continuous vegetation variables from optical and radar measurements*, *Int. J. Remote Sensing*, **19(14)**, 2639–2663

- Kimes D. and Sellers P., 1985, *Inferring hemispherical reflectance of the earth's surface for global energy budgets from remotely sensed nadir or directional radiance values*, *Remote Sens. Environ.*, **18**, 205–223
- Knyazikhin Y., Kranigk J., Myneni R., Panfyorov O., and Gravenhorst G., 1998a, *Influence of small-scale structure on radiative transfer and photosynthesis in vegetation canopies*, *J. Geophys. Res.*, **103(D6)**, 6133–6144
- Knyazikhin Y., Martonchik J. V., Diner D. J., Myneni R. B., Verstraete M. M., Pinty B., and Gobron N., 1998b, *Estimation of vegetation canopy leaf area index and fraction of absorbed photosynthetically active radiation from atmosphere-corrected MISR data*, *J. Geophys. Res.*, **103(D24)**, 32239–32256
- Knyazikhin Y., Martonchik J. V., Myneni R. B., Diner D. J., and Running S., 1998c, *Synergistic algorithm for estimating vegetation canopy leaf area index and fraction of absorbed photosynthetically active radiation from MODIS and MISR data*, *J. Geophys. Res.*, **103(D24)**, 32257–32276
- Kriebel K. T., 1978, *Measured spectral bidirectional reflection properties of four vegetated surfaces*, *Appl. Optics*, **17**, 253–259
- Kuusk A., 1991, *The angular distribution of reflectance and vegetation indices in barley and clover canopies*, *Remote Sens. Environ.*, **37**, 143–151
- Kuusk A., 1995, *A fast, invertible canopy reflectance model*, *Remote Sens. Environ.*, **51**, 342–350
- Li X. and Strahler A., 1985, *Geometric-optical modeling of a conifer forest canopy*, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, **23**, 705–721
- Li X., Strahler A., and Woodcok C., 1995, *A hybrid geometric optical-radiative transfer approach for modeling albedo and directional reflectances of discontinuous canopies*, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, **33(2)**, 466–480
- Liang S., Fallah-Adl H., Kalluri S., Jáa J., Kaufman Y. J., and Townshend J., 1997, *An operational atmospheric correction algorithm for Landsat Thematic Mapper imagery over the land*, *J. Geophys. Res.*, **102(D.14)**, 17173–17186
- Liang S. and Strahler A., 1993, *An analytic BRDF model of canopy radiative transfer and its inversion*, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, **31(5)**, 1081–1092
- MacKay D., 1992a, *Bayesian interpolation*, *Neural Computation*, **4**, 415–447
- MacKay D., 1992b, *Bayesian methods for adaptive models*, *Ph.D. thesis*, California Institute of Technology, Pasadena, California
- Maggion S., 1995, *Étude de l'estimation des paramètres d'un modèle de réflectance bidirectionnelle et planification optimale des observations depuis l'espace*, *Ph.D. thesis*, Université Paul Sabatier, Toulouse III, France
- Marshak A. L., 1989, *The effect of the hot-spot on the transport equation in plant canopies*, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, **42(6)**, 615–630
- Mucciardi A. and Gose E., 1971, *A comparison of seven techniques for choosing subsets of pattern recognition properties*, *IEEE Trans. on Computers*, **c-20(9)**, 1023–1031
- Myneni R., Hall F., Sellers P., and Marshak A., 1995a, *The interpretation of spectral vegetation indexes*, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, **33(2)**, 481–486

- Myneni R., Maggion S., Iaquina J., Privette J., Gobron N., Pinty B., Kimes D., Verstraete M., and Williams D., 1995b, *Optical remote sensing of vegetation: modeling, caveats, and algorithms*, *Remote Sens. Environ.*, **51**, 169–188
- Myneni R. B., Asrar G., and Gerstl S. A. W., 1990, *Radiative transfer in three dimensional leaf canopies*, *Trans. Theory Stat. Phys.*, **19(3-5)**, 205–250
- Myneni R. B., Gutschick V. P., Asrar G., and Kanemasu E. T., 1988a, *Photon transport in vegetation canopies with anisotropic scattering. Part IV. Discrete-ordinates/exact-kernel technique for two-angle photon transport in slab geometry*, *Agricultural and Forest Meteorology*, **42**, 101–120
- Myneni R. B., Gutschick V. P., Asrar G., and Kanemasu E. T., 1988b, *Photon transport theory in vegetation canopies with anisotropic scattering. Part II. Discrete-ordinates/exact-kernel technique for one-angle photon transport in slab geometry*, *Agricultural and Forest Meteorology*, **42**, 17–40
- Myneni R. B., Marshak A. L., and Knyazikhin Y. V., 1991, *Transport theory for a leaf canopy of finite-dimensional scattering centers*, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, **46(4)**, 259–280
- NAG, 1993, *Handbook for the NAG Fortran Workstation Library*, Oxford
- Ni W., Woodcock C., and Jupp D., 1998, *Variance in bidirectional reflectance over discontinuous plant canopies*, IGARSS'98 Symposium proceedings, vol. III, pp. 1240-1242
- Nicodemus F. E., 1970, *Reflectance nomenclature and directional reflectance and emissivity*, *Appl. Optics*, **9(6)**, 1474–1475
- Nilson T. and Kuusk A., 1989, *A reflectance model for the homogeneous plant canopy and its inversion*, *Remote Sensing Environ.*, **27**, 157–167
- Pinel V., 1997, *Apport de la Modélisation du transfert radiatif pour l'étude des écosystèmes forestiers par télédétection*, *Ph.D. thesis*, Université Paul Sabatier, Toulouse III, France
- Pinty B. and Verstraete M., 1998, *Modeling the scattering of light by homogeneous vegetation in optical remote sensing*, *J. Atmos. Sciences*, **55(2)**, 137–150
- Planchais I. and Sinoquet H., 1998, *Forest determinants of light interception in sunny and shaded branches of Fagus sylvatica (L.)*, *Agricultural and Forest Meteorology*, **89**, 241–253
- Press W., Teukolsky S., Vetterling W., and Flannery B., 1992, *Numerical recipes in FORTRAN: the art of scientific computing*, Cambridge University Press, second edition edition
- Privette J. L., Emery W. J., and Schimel D. S., 1996a, *Inversion of a vegetation reflectance model with NOAA AVHRR data*, *Remote Sens. Environ.*, **58**, 187–200
- Privette J. L., Myneni R. B., Emery W. J., and Hall F. G., 1996b, *Optimal sampling conditions for estimating grassland parameters via reflectance model inversions*, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, **34(1)**, 272–284
- Privette J. L., Myneni R. B., Emery W. J., and Pinty B., 1995, *Inversion of a soil bidirectional reflectance model for use with vegetation reflectance models*, *J. Geophys. Res.*, **100(D12)**, 25 497–25 508
- Privette J. L., Myneni R. B., Tucker C. J., and Emery W. J., 1994, *Invertibility*

- of a 1D discrete ordinates canopy reflectance model, *Remote Sens. Environ.*, **48**, 89–105
- Proy C., Tanré D., and Deschamps P., 1989, *Evaluation of topographic effects in remotely sensed data*, *Remote Sens. Environ.*, **30**, 21–32
- Pyhälähti T. and Vepsäläinen J., 1999, *The MODSIM simulation environment for airborne and spaceborne sensors and its application*, ALPS 99, Workshop 3, Méribel, France, 18-22 january
- Rahman H., Verstraete M. M., and Pinty B., 1993, *Coupled Surface-Atmosphere Reflectance (CSAR) model. 1. model description and inversion on synthetic data*, *J. Geophys. Res.*, **98(D11)**, 20 779 – 20 789
- Rao C. R., 1992, *R. A. Fisher: the founder of modern statistics*, *Statistical Science*, **7(1)**, 34–48
- Raupach M., 1989, *Turbulent transport in canopies*, pp 41–61, G. Russel, B. Marshall and P.G. Jarvis. Cambridge University Press
- Ross J., 1981, *The radiation regime and architecture of plant stands*, Dr. W. Junk
- Ross J. and Marshak A. L., 1989, *The influence of leaf orientation and the specular component of leaf reflectance on the canopy bidirectional reflectance*, *Remote Sens. Environ.*, **27**, 251–260
- Ross J. and Nilson T., 1966, *A Mathematical model of the radiation regime of vegetation*, *Actinometry and Atmospheric Optics*, pp 86–89
- Russel G., Jarvis P., and Monteith J., 1989, *Absorption of radiation by canopies and stand growth*, pp 21–40, G. Russel, B. Marshall and P.G. Jarvis. Cambridge University Press
- Sandmeier S., Muller C., Hosgood B., and Andreoli G., 1998, *Sensitivity analysis and quality assesment of laboratory BRDF data*, *Remote Sens. Environ.*, **64**, 176 – 191
- Sawa R., 1979, *Analyse de régression (en japonais)*, Ed. Librairie Asakara
- Schaaf C., Li X., and Ranson K., 1994, *The lambertian assumption and Landsat data*, *IEEE Trans. Geosci Remote Sensing*, **32**, 1186–1193
- Sellers P., 1992, *Biophysical models of land surface processes*, Climate System Modeling, K.E. Trenberth, Cambridge University Press, pp. 451-490
- Shultis J. K. and Myneni R. B., 1988, *Radiative transfer in vegetation canopies with anisotropic scattering*, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, **39(2)**, 115–129
- Sinoquet H., Thanisawanyangkura S., Mabrouk H., and Kasemsap P., 1998, *Characterization of the light environment in canopies using 3D digitising and image processing*, *Annals of Botany*, **82**, 203–212
- Smith J., Lin T. L., and Ranson K., 1980, *The lambertian assumption and Landsat data*, *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, **46(9)**, 1183–1189
- Snieder R., 1998, *The role of nonlinearity in inverse problems*, *Inverse Problems*, **14**, 387–403
- Tarantola A., 1987, *Inverse problem theory. Methods for data fitting and model parameter estimation*, Elsevier Science Publisher B.V.
- Trotter C., 1998, *Characterizing the topographic effect at red wavelength using juvenile conifer canopies*, *Int. J. Remote Sensing*, **19(11)**, 2215–2221

- van de Hulst H., 1981, *Light scattering by small particles*, Dover Publications, Inc, New York
- Vermote E., Tanré D., Deuzé J.-L., Herman M., and Morcrette J.-J., 1997, *Second Simulation of the Satellite Signal in the Solar Spectrum, 6S: an overview*, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, **35(3)**, 675–686
- Verstraete M. and Pinty B., 1996, *Designing optimal spectral indexes for remote sensing applications*, *IEEE Trans. Geosc. Remote Sens.*, **34(5)**, 1254–1265
- Verstraete M. M., Pinty B., and Dickinson R., 1990, *A physical model of the bidirectional reflectance of vegetation canopies. 1. Theory*, *J. Geophys. Res.*, **95(D8)**, 11 755–11 765
- Verstraete M. M., Pinty B., and Myneni R. B., 1996, *Potential and limitations of information extraction on the terrestrial biosphere from satellite remote sensing*, *Remote Sens. Environ.*, **58**, 201–214
- Woodcock C. E., Collins J., Jakabhazy L., Macomber S., and Wu Y., 1997, *Inversion of the Li-Strahler canopy reflectance model for mapping forest structure*, *IEEE Trans. Geosc. Remote Sens.*, **35(2)**, 405–414
- Young D. and Gregory R., 1973, *A survey of numerical mathematics. Volume II*, Series in mathematics, Addison–Wesley

Résumé

Le rayonnement réfléchi par la surface terrestre dépend des caractéristiques du milieu observé, qu'il s'agisse de l'atmosphère, des nuages, de l'océan ou de la végétation. La télédétection spatiale passive est basée sur le principe de l'ajustement d'un modèle aux données fournies par un satellite. Lorsque les simulations du modèle sont suffisamment proches des grandeurs mesurées, on considère que les paramètres du modèle représentent une évaluation des grandeurs physiques caractéristiques du milieu.

Cette thèse porte sur l'estimation de la précision des paramètres estimés. Cette estimation requiert un formalisme permettant de définir l'information apportée par les mesures. Nous montrons que cette information dépend à la fois des caractéristiques du rayonnement mesuré (ces caractéristiques sont estimées à l'aide de simulations), ainsi que de l'incertitude des mesures et du modèle.

Cette thèse examine en premier lieu les caractéristiques de l'information disponible dans les mesures. Cette information dépend de la sensibilité des mesures aux paramètres que l'on désire estimer, ainsi que des corrélations entre ces sensibilités. L'information relative aux paramètres recherchés dépend donc de l'échantillonnage angulaire et spectral du rayonnement réfléchi.

En second lieu, nous nous intéressons à l'incertitude liée au modèle. Nous avons créé un modèle de transfert radiatif simple (le modèle comprend seulement sept paramètres pour décrire le milieu végétal) permettant de tenir compte de la pente du terrain, tout en conservant une direction de pousse verticale des plante. Ce modèle permet de montrer la nécessité de la correction de l'orientation des feuilles en fonction de la pente. En outre, nous montrons que

Mots clés : transfert radiatif, modélisation, télédétection spatiale, végétation, problème inverse, incertitude, contenu en information, échantillonnage optimal, topographie, correction de l'orientation des feuilles.

Abstract